

反射テスト 2次方程式 見直し 02

1. 次の2次方程式を解き, 見直しを式で表せ. (S級1分50秒, A級2分40秒, B級4分, C級6分)

(1) $\frac{1}{2}x^2 = x$

(2) $6x^2 - x - 15 = 0$

(3) $3x^2 + 2x - 30 = 0$

2. 次の2次方程式を解き、見直しを式で表せ。(S級1分50秒, A級2分40秒, B級4分, C級6分)

(1) $x(x - 2) = x + 10$

(2) $6x^2 - 7x - 20 = 0$

(3) $2x^2 + 3x - 12 = 0$

反射テスト 2次方程式 見直し 02 解答解説

1. 次の2次方程式を解き、見直しを式で表せ。(S級1分50秒, A級2分40秒, B級4分, C級6分)

★見直しは逆・別・概・再～数学の見直しは逆算・別解・概算・再計算の4通り.

★2次方程式の見直し

① 解が簡単な整数・有理数である場合は、代入して確かめる。(逆算の見直し)

② ①の計算が面倒である場合は、(3)のように逆算・別解・概算で確かめる.

補足 解と係数の関係を用いて確認する。(逆算・別解の見直し)

★解と係数の関係 詳細は [2次方程式の解と係数の関係基礎01](#) を参照.

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0) \text{ の2解を } \alpha, \beta \text{ とする. } \Leftrightarrow \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \text{ かつ } \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

(1) $\frac{1}{2}x^2 = x$

$$\begin{aligned} x^2 &= 2x \\ x^2 - 2x &= 0 \\ x(x-2) &= 0 \\ x = 0 \text{ 又は } x = 2 &\quad \dots\text{答え} \end{aligned}$$

見直し

☆解が整数なので代入するのが容易.

$$\begin{aligned} x = 0 &\Rightarrow \begin{cases} \text{左辺} = \frac{1}{2} \times 0^2 = 0 \\ \text{右辺} = 0 \end{cases} \quad \dots\text{OK} \\ x = 2 &\Rightarrow \begin{cases} \text{左辺} = \frac{1}{2} \times 2^2 = 2 \\ \text{右辺} = 2 \end{cases} \quad \dots\text{OK} \end{aligned}$$

(2) $6x^2 - x - 15 = 0$

$$\begin{aligned} (2x+3)(3x-5) &= 0 \quad \leftarrow \text{たすき掛けの因数分解} \\ x = -\frac{3}{2} \text{ 又は } x = \frac{5}{3} &\quad \dots\text{答え} \\ \begin{array}{ccc} 2 & \times & 3 \rightarrow 9 \\ 3 & \times & -5 \rightarrow -15 \\ & & \hline & & -1 \end{array} \end{aligned}$$

見直し1 ★逆算 代入

$$\begin{aligned} x = -\frac{3}{2} &\Rightarrow \text{左辺} = 6 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - \left(-\frac{3}{2}\right) - 15 \\ &= \frac{27}{2} + \frac{3}{2} - 15 = 0 \quad \dots\text{OK} \\ x = \frac{5}{3} &\Rightarrow \text{左辺} = 6 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2 - \frac{5}{3} - 15 \\ &= \frac{50}{3} - \frac{5}{3} - 15 = 0 \quad \dots\text{OK} \end{aligned}$$

見直し2 ★逆算・別解

★解と係数の関係

$$\begin{cases} \text{解の和} & -\frac{3}{2} + \frac{5}{3} = \frac{1}{6} \\ \text{解の積} & -\frac{3}{2} \times \frac{5}{3} = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

よって、この2解をもつ2次方程式は、

$$x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - x - 15 = 0 \quad \dots\text{OK}$$

(3) $3x^2 + 2x - 30 = 0$

★偶数公式より,

$$\begin{aligned} x &= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 3 \times (-30)}}{3} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-1 \pm \sqrt{91}}{3} \quad \dots\text{答え} \end{aligned}$$

見直し1 ☆代入して確かめ. 面倒なので省略.

見直し2 ★逆算の見直し

★ $\pm\sqrt{\quad}$ ぼっち化2乗の式変形

$$\begin{aligned} x &= \frac{-1 \pm \sqrt{91}}{3} \\ \Leftrightarrow 3x + 1 &= \pm\sqrt{91} \\ \Leftrightarrow (3x + 1)^2 &= 91 \\ \Leftrightarrow 9x^2 + 6x + 1 &= 91 \\ \Leftrightarrow 9x^2 + 6x - 90 &= 0 \\ \Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 30 &= 0 \quad \dots\text{OK} \end{aligned}$$

見直し3 ★別解の見直し

★平方完成で解く

$$\begin{aligned} 3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} - 30 &= 0 \\ \Leftrightarrow 3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 &= \frac{91}{3} \\ \Leftrightarrow x + \frac{1}{3} &= \pm\frac{\sqrt{91}}{3} \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{1}{3} \pm \frac{\sqrt{91}}{3} \quad \dots\text{OK} \end{aligned}$$

見直し4 ★逆算・別解の見直し

★解と係数の関係を用いる.

$$\begin{cases} \text{解の和} & \frac{-1-\sqrt{91}}{3} + \frac{-1+\sqrt{91}}{3} = -\frac{2}{3} \\ \text{解の積} & \frac{-1-\sqrt{91}}{3} \times \frac{-1+\sqrt{91}}{3} = \frac{(-1)^2 - \sqrt{91}^2}{3^2} = \frac{1-91}{9} = -10 \end{cases}$$

よって、この2解をもつ2次方程式は、

$$\begin{aligned} x^2 - \left(-\frac{2}{3}\right)x - 10 &= 0 \\ \Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 30 &= 0 \quad \dots\text{OK} \end{aligned}$$

2. 次の2次方程式を解き、見直しを式で表せ。(S級1分50秒, A級2分40秒, B級4分, C級6分)

(1) $x(x-2) = x+10$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x &= x + 10 \\ x^2 - 3x - 10 &= 0 \\ (x+2)(x-5) &= 0 \\ x = -2 \text{ 又は } x = 5 &\quad \dots\text{答え} \end{aligned}$$

見直し 1

☆解が整数なので代入するのが容易.

$$x = -2 \Rightarrow \begin{cases} \text{左辺} = -2 \times (-2 - 2) = 8 \\ \text{右辺} = -2 + 10 = 8 \end{cases} \quad \dots\text{OK}$$

$$x = 5 \Rightarrow \begin{cases} \text{左辺} = 5 \times (5 - 2) = 15 \\ \text{右辺} = 5 + 10 = 15 \end{cases} \quad \dots\text{OK}$$

見直し 2

☆解と係数の関係での見直しも早い.

和3, 積-10 $\Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \quad \dots\text{OK}$

(2) $6x^2 - 7x - 20 = 0$

$$\begin{aligned} (3x+4)(2x-5) &= 0 \quad \leftarrow \text{たすき掛けの因数分解} \\ x = -\frac{4}{3} \text{ 又は } x = \frac{5}{2} &\quad \dots\text{答え} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad \times \quad -5 \quad \rightarrow \quad -15 \\ 3 \quad \times \quad 4 \quad \rightarrow \quad 12 \\ \hline \quad -7 \end{array}$$

見直し 1 ★逆算 代入

$$x = -\frac{4}{3} \Rightarrow \begin{aligned} \text{左辺} &= 6 \times \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - 7 \times \left(-\frac{4}{3}\right) - 20 \\ &= \frac{32}{3} + \frac{28}{3} - 20 = 0 \quad \dots\text{OK} \end{aligned}$$

$$x = \frac{5}{2} \Rightarrow \begin{aligned} \text{左辺} &= 6 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 7 \times \frac{5}{2} - 20 \\ &= \frac{75}{2} - \frac{35}{2} - 20 = 0 \quad \dots\text{OK} \end{aligned}$$

見直し 2 ★逆算・別解

★解と係数の関係

$$\begin{cases} \text{解の和} & -\frac{4}{3} + \frac{5}{2} = \frac{7}{6} \\ \text{解の積} & -\frac{4}{3} \times \frac{5}{2} = -\frac{10}{3} \end{cases}$$

よって, この2解をもつ2次方程式は,

$$x^2 - \frac{7}{6}x - \frac{10}{3} = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 7x - 20 = 0 \quad \dots\text{OK}$$

(3) $2x^2 + 3x - 12 = 0$

★偶数公式 より,

$$\begin{aligned} x &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-12)}}{2 \times 2} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-3 \pm \sqrt{105}}{4} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-3 \pm \sqrt{105}}{4} \quad \dots\text{答え} \end{aligned}$$

見直し 1 ☆代入して確かめ. 面倒なので省略.

見直し 2 ★逆算の見直し

★ $\pm\sqrt{\quad}$ ぼっち化2乗の式変形

$$\begin{aligned} x &= \frac{-3 \pm \sqrt{105}}{4} \\ \Leftrightarrow 4x + 3 &= \pm\sqrt{105} \\ \Leftrightarrow (4x + 3)^2 &= 105 \\ \Leftrightarrow 16x^2 + 24x + 9 &= 105 \\ \Leftrightarrow 16x^2 + 24x - 96 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 12 &= 0 \quad \dots\text{OK} \end{aligned}$$

見直し 3 ★別解の見直し

★平方完成 で解く

$$\begin{aligned} 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{8} - 12 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 &= \frac{105}{8} \\ \Leftrightarrow x + \frac{3}{4} &= \pm\frac{\sqrt{105}}{4} \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{3}{4} \pm \frac{\sqrt{105}}{4} \quad \dots\text{OK} \end{aligned}$$

見直し 4 ★逆算・別解の見直し

★解と係数の関係 を用いる.

$$\begin{cases} \text{解の和} & \frac{-3 - \sqrt{105}}{4} + \frac{-3 + \sqrt{105}}{4} = -\frac{3}{2} \\ \text{解の積} & \frac{-3 - \sqrt{105}}{4} \times \frac{-3 + \sqrt{105}}{4} = \frac{(-3)^2 - \sqrt{105}^2}{4^2} = \frac{9 - 105}{16} = -6 \end{cases}$$

よって, この2解をもつ2次方程式は,

$$\begin{aligned} x^2 - \left(-\frac{3}{2}\right)x - 6 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 12 &= 0 \quad \dots\text{OK} \end{aligned}$$