

反射テスト 2次方程式 見直し 01

1. 次の2次方程式を解き、見直しを式で表せ。(S級1分20秒, A級2分30秒, B級4分, C級6分)

(1) $4x^2 = 1$

(2) $x^2 - 5x + 6 = 0$

(3) $x^2 - 3x + 1 = 0$

2. 次の2次方程式を解き, 見直しを式で表せ. (S級1分40秒, A級3分, B級5分, C級7分)

(1) $25x^2 = 9$

(2) $x^2 - 2x - 15 = 0$

(3) $x^2 - 3x - 1 = 0$

反射テスト 2次方程式 見直し 01 解答解説

1. 次の2次方程式を解き、見直しを式で表せ。(S級1分20秒, A級2分30秒, B級4分, C級6分)

★見直しは逆・別・概・再～数学の見直しは逆算・別解・概算・再計算の4通り.

★2次方程式の見直し

① 解が簡単な整数・有理数である場合は、代入して確かめる。(逆算の見直し)

② ①の計算が面倒である場合は、(3)のように逆算・別解・概算で確かめる.

補足 解と係数の関係を用いて確認する。(逆算・別解の見直し)

★解と係数の関係 詳細は [2次方程式の解と係数の関係基礎01](#) を参照.

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0) \text{ の2解を } \alpha, \beta \text{ とする. } \Leftrightarrow \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \text{ かつ } \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

(1) $4x^2 = 1$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = \pm \frac{1}{2} \quad \dots\text{答え}$$

見直し

☆代入するのが容易.

$$x^2 = \left(\pm \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad \dots\text{OK}$$

(2) $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-3) = 0 \quad \leftarrow \text{因数分解}$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ 又は } x = 3 \quad \dots\text{答え}$$

見直し

☆解が整数なので代入するのが容易.

$x = 2$ のとき,

$$\text{左辺} = 2^2 - 5 \times 2 + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$$

$x = 3$ のとき,

$$\text{左辺} = 3^2 - 5 \times 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = 0$$

見直し OK

(3) $x^2 - 3x + 1 = 0$

★解の公式より,

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \quad \dots\text{答え}$$

見直し1 ☆代入して確かめ. 面倒なので省略.

見直し2 ★逆算の見直し

★ $\pm\sqrt{\quad}$ ぼっち化2乗の式変形

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x - 3 = \pm\sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow (2x - 3)^2 = 5$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 9 = 5$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \quad \dots\text{OK}$$

見直し3 ★別解の見直し

★平方完成で解く

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{3}{2} = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \dots\text{OK}$$

見直し4 ★逆算・別解の見直し

★解と係数の関係を用いる.

$$\begin{cases} \text{解の和} & \frac{3-\sqrt{5}}{2} + \frac{3+\sqrt{5}}{2} = 3 \\ \text{解の積} & \frac{3-\sqrt{5}}{2} \times \frac{3+\sqrt{5}}{2} = \frac{3^2 - \sqrt{5}^2}{2^2} = \frac{9-5}{4} = 1 \end{cases}$$

よって、この2解をもつ2次方程式は、

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \quad \dots\text{OK}$$

2. 次の2次方程式を解き、見直しを式で表せ。(S級1分40秒, A級3分, B級5分, C級7分)

(1) $25x^2 = 9$

$$x^2 = \frac{9}{25}$$

$$x = \pm \frac{3}{5} \quad \dots\text{答え}$$

見直し

☆代入するのが容易.

$$x^2 = \left(\pm \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \quad \dots\text{OK}$$

(2) $x^2 - 2x - 15 = 0$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x-5) = 0 \quad \leftarrow \text{因数分解}$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \text{ 又は } x = 5 \quad \dots\text{答え}$$

見直し

☆解が整数なので代入するのが容易.

$$x = -3 \text{ のとき,}$$

$$\text{左辺} = (-3)^2 - 2 \times (-3) - 15 = 9 + 6 - 15 = 0$$

$$x = 5 \text{ のとき,}$$

$$\text{左辺} = 5^2 - 2 \times 5 - 15 = 25 - 10 - 15 = 0$$

見直し OK

(3) $x^2 - 3x - 1 = 0$

★ 解の公式 より,

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \quad \dots\text{答え}$$

見直し 1 ☆代入して確かめ. 面倒なので省略.

見直し 2 ★ 逆算の見直し

★ $\pm\sqrt{\quad}$ ぼっち化 2乗 の式変形

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x - 3 = \pm\sqrt{13}$$

$$\Leftrightarrow (2x - 3)^2 = 13$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 9 = 13$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 1 = 0 \quad \dots\text{OK}$$

見直し 3 ★ 別解の見直し

★ 平方完成 で解く

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{3}{2} = \pm \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{13}}{2} \quad \dots\text{OK}$$

見直し 4 ★ 逆算・別解の見直し

★ 解と係数の関係 を用いる.

$$\begin{cases} \text{解の和} & \frac{3-\sqrt{13}}{2} + \frac{3+\sqrt{13}}{2} = 3 \\ \text{解の積} & \frac{3-\sqrt{13}}{2} \times \frac{3+\sqrt{13}}{2} = \frac{3^2 - \sqrt{13}^2}{2^2} = \frac{9-13}{4} = -1 \end{cases}$$

よって, この2解をもつ2次方程式は,

$$x^2 - 3x - 1 = 0 \quad \dots\text{OK}$$