反射テスト　2次方程式　逆算　01

1.　次の問に答えよ.（ S 級 2 分 30 秒, A 級 4 分, B 級 6 分, C 級 8 分 ）

(1)　$x^2+(a-5)x-a-2=0$ の解の 1 つが $x=7$ であるとき, a の値ともう 1 つの解を求めよ.

(2)　$x^2+ax+4=0$ の解の 1 つが $x=3+\sqrt{5}$ であるとき, a の値ともう 1 つの解を求めよ.

2. 次の問に答えよ.（ S 級 3 分 20 秒, A 級 5 分 30 秒, B 級 8 分, C 級 10 分 ）

(1) $x^2+(3-a)x-a+12=0$ の解の 1 つが $x=-6$ であるとき, a の値ともう 1 つの解を求めよ.

(2) $x^2+ax-3=0$ の解の 1 つが $x=2-\sqrt{7}$ であるとき, a の値ともう 1 つの解を求めよ.

反射テスト　2次方程式　逆算　01　解答解説

1.　次の問に答えよ.（ S 級 2 分 30 秒, A 級 4 分, B 級 6 分, C 級 8 分 ）

★ 方程式の解は代入
次のような問題では, わかっている解を代入するのが最初に考えることである. これは必ずできる方法だ.
また, これは方程式の見直しを確実にする方法でもある. 他の見直し方法も以下にあげておく.

★ 見直しは逆・別・概・再 〜 数学の見直しは逆算・別解・概算・再計算の 4 通り.

(1)　$x^2 + (a-5)x - a - 2 = 0$ の解の 1 つが $x = 7$ であるとき, a の値ともう 1 つの解を求めよ.

★ 解⇒代入

$$
\begin{aligned}
& 7^2 + (a-5) \times 7 - a - 2 = 0 \\
\Leftrightarrow\quad & 49 + 7a - 35 - a - 2 = 0 \\
\Leftrightarrow\quad & 6a + 12 = 0 \\
\Leftrightarrow\quad & 6a = -12 \\
\Leftrightarrow\quad & a = -2
\end{aligned}
$$

元の 2 次方程式に a を代入して, x について解く.

$$
\begin{aligned}
& x^2 + (-2-5)x - (-2) - 2 = 0 \\
\Leftrightarrow\quad & x^2 - 7x = 0 \\
\Leftrightarrow\quad & x(x-7) = 0 \\
\Leftrightarrow\quad & x = 0 \text{ または } x = 7
\end{aligned}
$$

$\therefore$　$\boldsymbol{a = -2}$　,　**もう 1 つの解は**　$\boldsymbol{x = 0}$

(2)　$x^2 + ax + 4 = 0$ の解の 1 つが $x = 3 + \sqrt{5}$ であるとき, a の値ともう 1 つの解を求めよ.

★ 解⇒代入

$$
\begin{aligned}
& (3+\sqrt{5})^2 + a(3+\sqrt{5}) + 4 = 0 \\
\Leftrightarrow\quad & 9 + 6\sqrt{5} + 5 + a(3+\sqrt{5}) + 4 = 0 \\
\Leftrightarrow\quad & (3+\sqrt{5})a = -18 - 6\sqrt{5} \\
\Leftrightarrow\quad & (3+\sqrt{5})a = -6(3+\sqrt{5}) \\
\Leftrightarrow\quad & a = -6
\end{aligned}
$$

元の 2 次方程式に a を代入して, x について解く.

$$x^2 - 6x + 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 3 \pm \sqrt{5}$$

$\therefore$　$\boldsymbol{a = -6}$　,　**もう 1 つの解は**　$\boldsymbol{x = 3 - \sqrt{5}}$

☆注意　以下の方法は危険.
2 次方程式の解の 1 つが, $x = 3 + \sqrt{5}$ なので, もう 1 つの解を $x = 3 - \sqrt{5}$ と予想してやっても答えはあう. この方法は解の公式からの経験則だが, たいていの場合うまくいくし, 早い. **★ 解と係数の関係** をしっていれば, a の値も一瞬である. しかし, 2 次方程式の係数に無理数が入ると答えがあわない. 2 次方程式逆算 02 を参照.

2. 次の問に答えよ.（ S 級 3 分 20 秒, A 級 5 分 30 秒, B 級 8 分, C 級 10 分 ）

★ 方程式の解は代入

次のような問題では, わかっている解を代入するのが最初に考えることである. これは必ずできる方法だ.
また, これは方程式の見直しを確実にする方法でもある. 他の見直し方法も以下にあげておく.

★ 見直しは逆・別・概・再 〜 数学の見直しは逆算・別解・概算・再計算の 4 通り.

(1) $x^2+(3-a)x-a+12=0$ の解の 1 つが $x=-6$ であるとき, a の値ともう 1 つの解を求めよ.

★ 解⇒代入

$(-6)^2+(3-a)\times(-6)-a+12=0$
$\Leftrightarrow\quad 36-18+6a-a+12=0$
$\Leftrightarrow\quad 5a+30=0$
$\Leftrightarrow\quad 5a=-30$
$\Leftrightarrow\quad a=-6$

元の 2 次方程式に a を代入して, x について解く.

$x^2+\{3-(-6)\}x-(-6)+12=0$
$\Leftrightarrow\quad x^2+9x+18=0$
$\Leftrightarrow\quad (x+6)(x+3)=0$
$\Leftrightarrow\quad x=-6$ または $x=-3$

$\therefore$ $\boldsymbol{a=-6}$, **もう 1 つの解は** $\boldsymbol{x=-3}$

(2) $x^2+ax-3=0$ の解の 1 つが $x=2-\sqrt{7}$ であるとき, a の値ともう 1 つの解を求めよ.

★ 解⇒代入

$(2-\sqrt{7})^2+a(2-\sqrt{7})-3=0$
$\Leftrightarrow\quad 4-4\sqrt{7}+7+a(2-\sqrt{7})-3=0$
$\Leftrightarrow\quad (2-\sqrt{7})a=-8+4\sqrt{7}$
$\Leftrightarrow\quad (2-\sqrt{7})a=-4(2-\sqrt{7})$
$\Leftrightarrow\quad a=-4$

元の 2 次方程式に a を代入して, x について解く.

$x^2-4x-3=0 \quad\Leftrightarrow\quad x=2\pm\sqrt{7}$

$\therefore$ $\boldsymbol{a=-4}$, **もう 1 つの解は** $\boldsymbol{x=2+\sqrt{7}}$