

反射テスト 2次方程式 平方完成 02

1. 次の式を平方完成せよ。(S級40秒, A級1分, B級1分20秒, C級2分)

(1) $x^2 - 6x$

(2) $x^2 + 12x - 8$

(3) $x^2 - 7x + 1$

(4) $3x^2 + 8x + 7$

2. 次の式を平方完成せよ. (S 級 45 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 1 分 40 秒, C 級 2 分 20 秒)

(1) $x^2 + 10x$

(2) $x^2 - 22x + 43$

(3) $x^2 - 9x + 25$

(4) $5x^2 + 3x + 1$

反射テスト 2次方程式 平方完成 02 解答解説

1. 次の式を平方完成せよ。(S級40秒, A級1分, B級1分20秒, C級2分)

★平方完成

x についての二次式 $ax^2 + bx + c$ を, $a(x+p)^2 + q$ の形にすること.

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

(1) $x^2 - 6x$

与式

$$\begin{aligned} &= x^2 - 6x + 9 - 9 \quad \leftarrow (-6) \text{ の半分の } 2 \text{ 乗を加減} \\ &= (x^2 - 6x + 9) - 9 \\ &= (x - 3)^2 - 9 \end{aligned}$$

(2) $x^2 + 12x - 8$

与式

$$\begin{aligned} &= x^2 + 12x + 36 - 36 - 8 \quad \leftarrow (+12) \text{ の半分の } 2 \text{ 乗を加減} \\ &= (x + 6)^2 - 44 \end{aligned}$$

(3) $x^2 - 7x + 1$

与式

$$\begin{aligned} &= x^2 + 7x + \left(\frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 1 \\ &= \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} + \frac{4}{4} \\ &= \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{45}{4} \end{aligned}$$

(4) $3x^2 + 8x + 7$

与式

$$\begin{aligned} &= 3\left(x^2 + \frac{8}{3}x\right) + 7 \\ &= 3\left\{x^2 + \frac{8}{3}x + \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2\right\} + 7 \\ &= 3\left(x + \frac{4}{3}\right)^2 - 3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 7 \\ &= 3\left(x + \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{16}{3} + 7 \\ &= 3\left(x + \frac{4}{3}\right)^2 + \frac{5}{3} \end{aligned}$$

2. 次の式を平方完成せよ。(S級45秒, A級1分10秒, B級1分40秒, C級2分20秒)

(1) $x^2 + 10x$

与式

$$\begin{aligned} &= x^2 + 10x + \mathbf{25} - \mathbf{25} \quad \leftarrow (+10) \text{の半分の2乗を加減} \\ &= (x^2 + 10x + 25) - 25 \\ &= (x + 5)^2 - 25 \end{aligned}$$

(2) $x^2 - 22x + 43$

与式

$$\begin{aligned} &= x^2 - 22x + \mathbf{121} - \mathbf{121} + 43 \quad \leftarrow (-22) \text{の半分の2乗} \\ &= (x - 11)^2 - 78 \end{aligned}$$

(3) $x^2 - 9x + 25$

与式

$$\begin{aligned} &= x^2 - 9x + \left(\frac{9}{2}\right)^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2 + 25 \\ &= \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{81}{4} + \frac{100}{4} \\ &= \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{19}{4} \end{aligned}$$

(4) $5x^2 + 3x + 1$

与式

$$\begin{aligned} &= 5\left(x^2 + \frac{3}{5}x\right) + 1 \\ &= 5\left\{x^2 + \frac{3}{5}x + \left(\frac{3}{10}\right)^2 - \left(\frac{3}{10}\right)^2\right\} + 1 \\ &= 5\left(x + \frac{3}{10}\right)^2 - 5 \times \left(\frac{3}{10}\right)^2 + 1 \\ &= 5\left(x + \frac{3}{10}\right)^2 - \frac{9}{20} + \frac{20}{20} \\ &= 5\left(x + \frac{3}{10}\right)^2 + \frac{11}{20} \end{aligned}$$