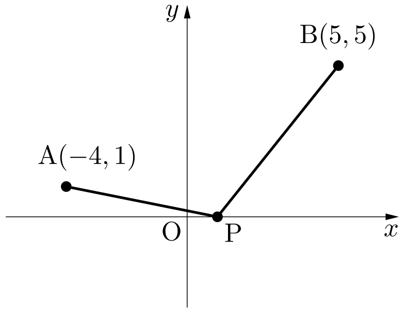
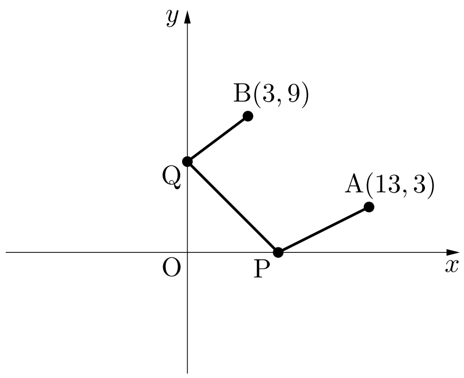
反射テスト　1次関数　折れ線の最短距離　02

1.　P は x 軸上の点, Q は y 軸上の点である. 次の問に答えよ. (S 級 40 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分, C 級 3 分)

(1)　最小になるときの $\mathrm{AP}+\mathrm{PB}$ を求めよ.

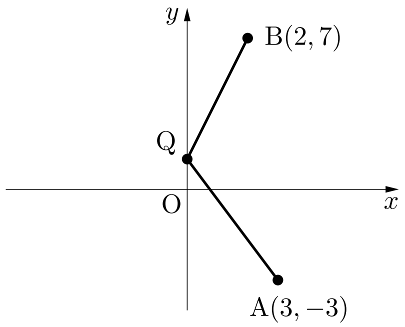


(2)　最小になるときの $\mathrm{AP}+\mathrm{PQ}+\mathrm{QB}$ を求めよ.

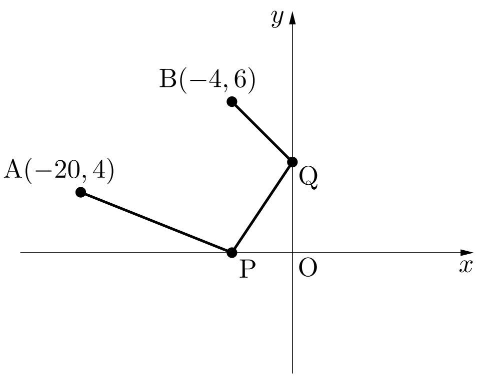


2.　P は x 軸上の点, Q は y 軸上の点である. 次の問に答えよ.（ S 級 40 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 ）

(1)　最小になるときの AQ + QB を求めよ.



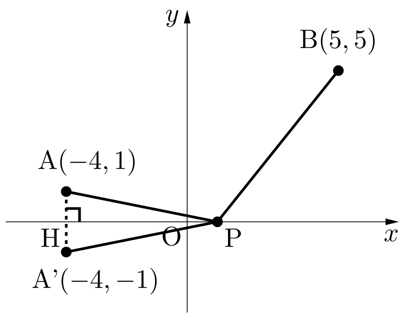
(2)　最小になるときの AP + PQ + QB を求めよ.



反射テスト　1次関数　折れ線の最短距離　02　解答解説

1.　P は x 軸上の点，Q は y 軸上の点である．次の問に答えよ．（ S 級 40 秒，A 級 1 分 10 秒，B 級 2 分，C 級 3 分 ）

(1)　最小になるときの $\mathrm{AP}+\mathrm{PB}$ を求めよ．



★ 光と鏡のイメージ：最短距離はつねに直線

点 A から x 軸に下ろした垂線の足を H とする．
また x 軸に関して点 A と対称な点を A' とする．
点 P が x 軸のどこにあっても，二辺夾角相等により，
$\triangle\mathrm{AHP} \equiv \triangle\mathrm{A'HP}$ である．
点 P が x 軸のどこにあっても，
$\mathrm{AP}+\mathrm{PB}=\mathrm{A'P}+\mathrm{PB}$

★ 最短距離は直線

右辺の最小値は，P が直線 $\mathrm{A'B}$ 上にあるときだから，
点 $\mathrm{A'}, \mathrm{B}$ の座標がわかれば，最短距離が求められる．

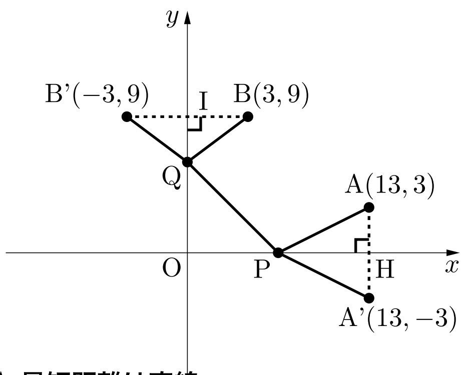
★ 2 点の距離　ななめの長さは三平方の定理

$\mathrm{A}(a_x, a_y)$，$\mathrm{B}(b_x, b_y)$ に対して，線分 AB の長さは　$\mathrm{AB}=\boldsymbol{\sqrt{(b_x-a_x)^2+(b_y-a_y)^2}}$

$\mathrm{A'}(-4,-1)$，$\mathrm{B}(5,5)$ であるから，

$$\begin{aligned}\mathrm{A'B}&=\sqrt{\{5-(-4)\}^2+\{5-(-1)\}^2}\\&=\sqrt{9^2+6^2}=\sqrt{3^2(3^2+2^2)}=\boldsymbol{3\sqrt{13}}\end{aligned}$$

(2)　最小になるときの $\mathrm{AP}+\mathrm{PQ}+\mathrm{QB}$ を求めよ．



★ 光と鏡のイメージ：最短距離はつねに直線

点 A から x 軸に下ろした垂線の足を H とし，
点 B から y 軸に下ろした垂線の足を I とする．
また x 軸に関して点 A と対称な点を $\mathrm{A'}$，
y 軸に関して点 B と対称な点を $\mathrm{B'}$ とすれば，
$\triangle\mathrm{AHP} \equiv \triangle\mathrm{A'HP}$ かつ $\triangle\mathrm{BIQ} \equiv \triangle\mathrm{B'IQ}$ である．
つまり，点 P, Q がどこにあっても，
$\mathrm{AP}+\mathrm{PQ}+\mathrm{QB}=\mathrm{A'P}+\mathrm{PQ}+\mathrm{QB'}$

★ 最短距離は直線

右辺の最小値は，P, Q が直線 $\mathrm{A'B'}$ 上にあるときだから，
点 $\mathrm{A'}, \mathrm{B'}$ の座標がわかれば，最短距離が求められる．

★ 2 点の距離　ななめの長さは三平方の定理

$\mathrm{A}(a_x, a_y)$，$\mathrm{B}(b_x, b_y)$ に対して，線分 AB の長さは　$\mathrm{AB}=\boldsymbol{\sqrt{(b_x-a_x)^2+(b_y-a_y)^2}}$

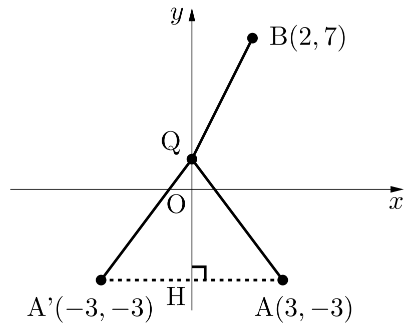
$\mathrm{A'}(13,-3)$，$\mathrm{B'}(-3,9)$ であるから，

$$\begin{aligned}\mathrm{A'B'}&=\sqrt{\{(-3)-13\}^2+\{9-(-3)\}^2}\\&=\sqrt{16^2+12^2}=\sqrt{4^2(4^2+3^2)}=4\times5=\boldsymbol{20}\end{aligned}$$

☆「みよごちゃん」三辺比 3 : 4 : 5 の直角三角形のイメージ．

2.　P は x 軸上の点，Q は y 軸上の点である．次の問に答えよ．(S 級 40 秒，A 級 1 分 10 秒，B 級 2 分，C 級 3 分)

(1)　最小になるときの AQ + QB を求めよ．



★ 光と鏡のイメージ：最短距離はつねに直線

点 A から y 軸に下ろした垂線の足を H とする．
また y 軸に関して点 A と対称な点を A′とする．
点 Q が y 軸のどこにあっても，二辺夾角相等により，
　△AHQ ≡ △A′HQ である．
点 Q が y 軸のどこにあっても，
　AP + PB = A′P + PB

★ 最短距離は直線

右辺の最小値は，Q が直線 A′B 上にあるときだから，
点 A′, B の座標がわかれば，最短距離が求められる．

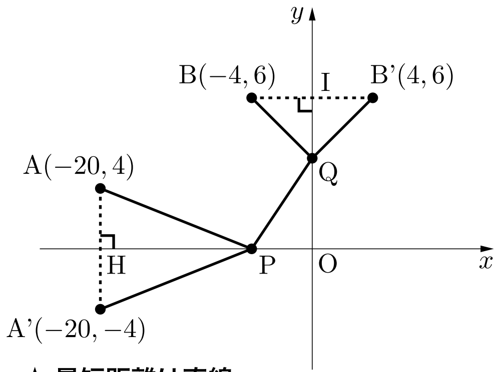
★ 2 点の距離　ななめの長さは三平方の定理

　$\mathrm{A}(a_x, a_y)$, $\mathrm{B}(b_x, b_y)$ に対して，線分 AB の長さは　$\mathrm{AB} = \boldsymbol{\sqrt{(b_x - a_x)^2 + (b_y - a_y)^2}}$

A′(−3, −3) , B(2, 7) であるから，

$$\mathrm{A'B} = \sqrt{\{2-(-3)\}^2 + \{7-(-3)\}^2}$$
$$= \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{5^2(1^2 + 2^2)} = \boldsymbol{5\sqrt{5}}$$

(2)　最小になるときの AP + PQ + QB を求めよ．



★ 光と鏡のイメージ：最短距離はつねに直線

点 A から x 軸に下ろした垂線の足を H とし，
点 B から y 軸に下ろした垂線の足を I とする．
また x 軸に関して点 A と対称な点を A′,
y 軸に関して点 B と対称な点を B′とすれば，
　△AHP ≡ △A′HP かつ △BIQ ≡ △B′IQ である．
つまり，点 P, Q がどこにあっても，
　AP + PQ + QB = A′P + PQ + QB′

★ 最短距離は直線

右辺の最小値は，P, Q が直線 A′B′上にあるときだから，
点 A′, B′の座標がわかれば，最短距離が求められる．

★ 2 点の距離　ななめの長さは三平方の定理

　$\mathrm{A}(a_x, a_y)$, $\mathrm{B}(b_x, b_y)$ に対して，線分 AB の長さは　$\mathrm{AB} = \boldsymbol{\sqrt{(b_x - a_x)^2 + (b_y - a_y)^2}}$

A′(−20, −4) , B′(4, 6) であるから，

$$\mathrm{A'B'} = \sqrt{\{4-(-20)\}^2 + \{6-(-4)\}^2}$$
$$= \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{2^2(12^2 + 5^2)} = 2 \times 13 = \boldsymbol{26}$$

☆三辺比 5 : 12 : 13 の直角三角形のイメージ．