反射テスト　1次関数　2次方程式　02

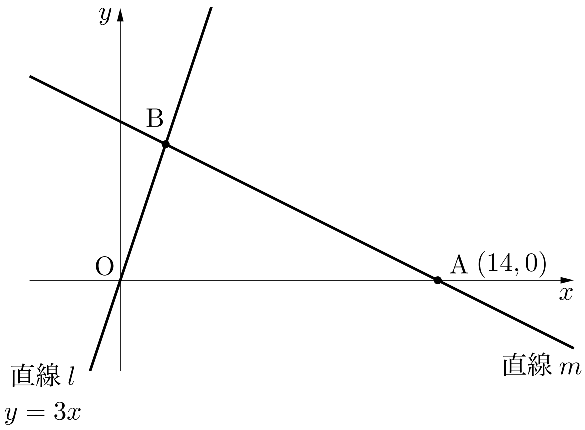
1.　下図のように直線 l : $y=3x$ と点 A(14, 0) がある．点 A を通って傾きが $-\dfrac{1}{2}$ の直線を直線 m とする．直線 l と m との交点を B とする．　（ S 級 1 分 35 秒，A 級 3 分，B 級 5 分，C 級 7 分 ）

(1)　直線 m の方程式を求めよ．

(2)　点 B の座標を求めよ．

(3)　△OAB の面積を求めよ．

(4)　y 軸に平行な直線 n が △OAB の面積を二等分するとき，直線 n の方程式を求めよ．



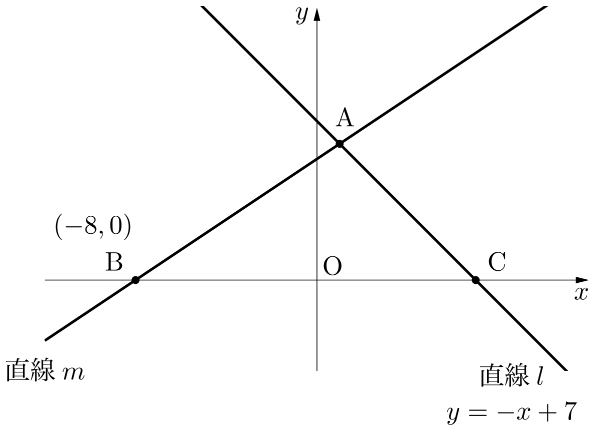
2. 下図のように直線 l : $y=-x+7$ と点 B$(-8,0)$ がある. 点 B を通って傾きが $\dfrac{2}{3}$ の直線を直線 m とする. 直線 l と m との交点を A とする.
（ S 級 1 分 50 秒, A 級 4 分, B 級 6 分 30 秒, C 級 9 分 ）

(1) 直線 m の方程式を求めよ.

(2) 点 A の座標を求めよ.

(3) $\triangle$ABC の面積を求めよ.

(4) y 軸に平行な直線 n が $\triangle$ABC の面積を二等分するとき, 直線 n の方程式を求めよ.



反射テスト　1次関数　2次方程式　02　解答解説

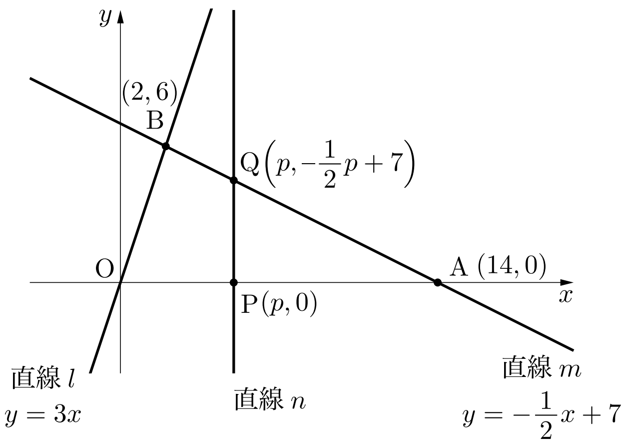
1. 　下図のように直線 l : $y = 3x$ と点 A(14, 0) がある. 点 A を通って傾きが $-\dfrac{1}{2}$ の直線を直線 m とする. 直線 l と m との交点を B とする.　（ S 級 1 分 35 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 7 分 ）

(1)　直線 m の方程式を求めよ.

(2)　点 B の座標を求めよ.

(3)　△OAB の面積を求めよ.

(4)　y 軸に平行な直線 n が △OAB の面積を二等分するとき, 直線 n の方程式を求めよ.



(1)

直線 m の切片を m とすると, 直線 m の方程式は

$y = -\dfrac{1}{2}x + m$　とおける.

点 A(14, 0) を通るから, これを代入して,

$0 = -\dfrac{1}{2} \times 14 + m \quad \Leftrightarrow \quad m = 7$

$\Rightarrow$　**直線 $\boldsymbol{m}$: $\boldsymbol{y = -\dfrac{1}{2}x + 7}$**

(2)

2 つの直線の交点だから, (★交点は連立解)

$y = 3x$ と $y = -\dfrac{1}{2}x + 7$ の連立解が点 B の座標.

$\Rightarrow$　**B(2, 6)**

(3)

底辺 $\mathrm{OA} = 14 - 0 = 14$, 高さは点 B の y 座標から $6 - 0 = 6$.

$\triangle\mathrm{OAB} = 14 \times 6 \times \dfrac{1}{2} = \mathbf{42}$

(4)

直線 n と x 軸との交点を P, 直線 n と m との交点を Q とする.

★ 求めたいものに名前をつける (座標を求めたいから x 座標に名前をつけよう.)

P の x 座標を p とすると, Q は直線 m : $y = -\dfrac{1}{2}x + 7$ 上にあるから, $\mathrm{Q}\left(p, -\dfrac{1}{2}p + 7\right)$

△AQP の面積が △OAB の面積の半分だから,

$\mathrm{AP} \times \mathrm{PQ} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}\triangle\mathrm{OAB}$

$\Leftrightarrow \quad (14 - p) \times \left(-\dfrac{1}{2}p + 7\right) \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2} \times 42$

$\Leftrightarrow \quad (14 - p) \times \left(-\dfrac{1}{2}p + 7\right) = 42$

$\Leftrightarrow \quad (14 - p) \times (-p + 14) = 42 \times 2$

$\Leftrightarrow \quad (14 - p)^2 = 84$

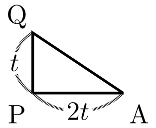
$\Leftrightarrow \quad p - 14 = \pm\sqrt{84}$

$\Leftrightarrow \quad p = 14 \pm 2\sqrt{21}$

グラフから点 P は線分 OA 上にあるので, $0 < p < 14$.

よって $p = 14 - 2\sqrt{21}$　$\Rightarrow$　**直線 $\boldsymbol{n}$: $\boldsymbol{x = 14 - 2\sqrt{21}}$**

(4)　**早い別解**



★ 傾き⇒辺の比

直線 PQ の傾きが $-\dfrac{1}{2}$ だから, 正の数 t を用いて, 左図のように辺の比をおける.

$\triangle\mathrm{OPQ} = 21 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{2t \times t}{2} = 21 \quad \Leftrightarrow \quad t = \pm\sqrt{21}$

$\Rightarrow$　$t > 0$ より $2t = 2\sqrt{21}$　$\Rightarrow$　$\mathrm{P}\left(14 - 2\sqrt{21}, 0\right)$　$\Rightarrow$　**直線 $\boldsymbol{n}$: $\boldsymbol{x = 14 - 2\sqrt{21}}$**

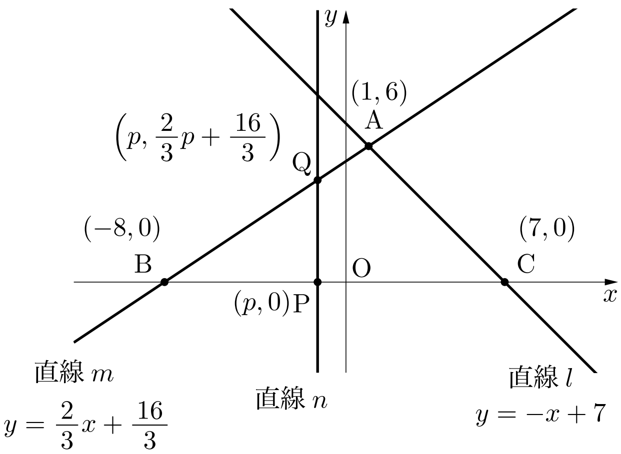
2. 下図のように直線 l : $y=-x+7$ と点 B$(-8,0)$ がある．点 B を通って傾きが $\dfrac{2}{3}$ の直線を直線 m とする．直線 l と m との交点を A とする．　（ S 級 1 分 50 秒, A 級 4 分, B 級 6 分 30 秒, C 級 9 分 ）

(1) 直線 m の方程式を求めよ．

(2) 点 A の座標を求めよ．

(3) △ABC の面積を求めよ．

(4) y 軸に平行な直線 n が △ABC の面積を二等分するとき，直線 n の方程式を求めよ．



(1) 直線 m の切片を m とすると，直線 m の方程式は

$y=\dfrac{2}{3}x+m$ 　とおける．

点 B$(-8,0)$ を通るから，これを代入して，

$0=\dfrac{2}{3}\times(-8)+m \quad \Leftrightarrow \quad m=\dfrac{16}{3}$

$\Rightarrow$ **直線** $\boldsymbol{m}$ **:** $\boldsymbol{y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{16}{3}}$

(2) 2 つの直線の交点だから，(★交点は連立解)

$y=-x+7$ と $y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{16}{3}$ の連立解が点 A の座標.

$\Rightarrow$ $\mathbf{A(1,6)}$

(3) 点 C の座標は，$y=0$ を $y=-x+7$ に代入して，$x=7$ より，C$(7,0)$

底辺 BC $=7-(-8)=15$，高さは点 A の y 座標から $6-0=6$．

△OAB $=15\times6\times\dfrac{1}{2}=\mathbf{45}$

(4) 直線 n と x 軸との交点を P，直線 n と m との交点を Q とする．

★ 求めたいものに名前をつける（座標を求めたいから x 座標に名前をつけよう．）

P の x 座標を p とすると，Q は直線 m : $y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{16}{3}$ 上にあるから，Q $\left(p, \dfrac{2}{3}p+\dfrac{16}{3}\right)$

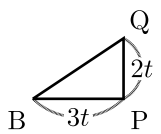
△BPQ の面積が △ABC の面積の半分だから，

$$\mathrm{BP}\times\mathrm{PQ}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\triangle\mathrm{ABC}$$
$$\Leftrightarrow \quad \{p-(-8)\}\times\left(\frac{2}{3}p+\frac{16}{3}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times45$$
$$\Leftrightarrow \quad (p+8)\times\left(\frac{2}{3}p+\frac{16}{3}\right)=45$$
$$\Leftrightarrow \quad (p+8)\times(2p+16)=45\times3$$
$$\Leftrightarrow \quad (p+8)\times2(p+8)=135$$
$$\Leftrightarrow \quad 2(p+8)^2=135$$
$$\Leftrightarrow \quad (p+8)^2=\frac{135}{2}$$
$$\Leftrightarrow \quad p+8=\pm\sqrt{\frac{135}{2}}$$
$$\Leftrightarrow \quad p=-8\pm\frac{3\sqrt{30}}{2}$$

グラフから点 P は線分 BC 上にあるので，$-8<p<7$．

よって $p=-8+\dfrac{3\sqrt{30}}{2}$ 　$\Rightarrow$ 　**直線** $\boldsymbol{n}$ **:** $\boldsymbol{x=-8+\dfrac{3\sqrt{30}}{2}}$

(4) **早い別解**



★ 傾き⇒辺の比

直線 PQ の傾きが $\dfrac{2}{3}$ だから，正の数 t を用いて，左図のように辺の比をおける．

$\triangle\mathrm{OPQ}=\dfrac{45}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{3t\times2t}{2}=\dfrac{45}{2} \quad \Leftrightarrow \quad t=\pm\dfrac{\sqrt{30}}{2}$

$\Rightarrow$ 　$t>0$ より $3t=\dfrac{3\sqrt{30}}{2}$ 　$\Rightarrow$ 　P $\left(-8+\dfrac{3\sqrt{30}}{2}, 0\right)$ 　$\Rightarrow$ 　**直線** $\boldsymbol{n}$ **:** $\boldsymbol{x=-8+\dfrac{3\sqrt{30}}{2}}$