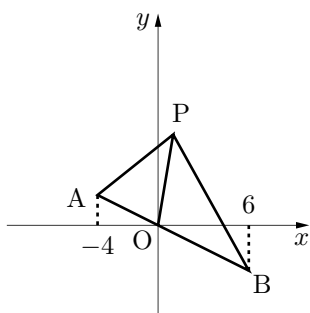


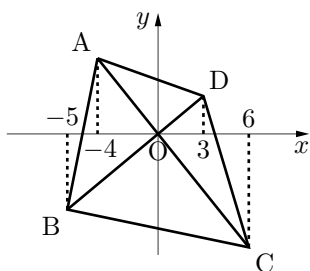
反射テスト 座標 座標から面積比 01

1. 指定された面積比を求めよ。(S級1分, A級1分40秒, B級2分30秒, C級3分30秒)

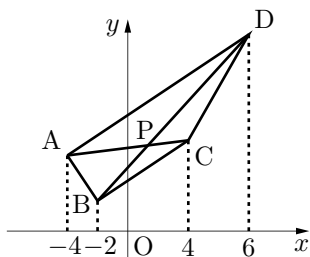
(1) $\triangle PAO : \triangle POB$



(2) $\triangle OAB : \triangle OBC : \triangle OCD : \triangle ODA$

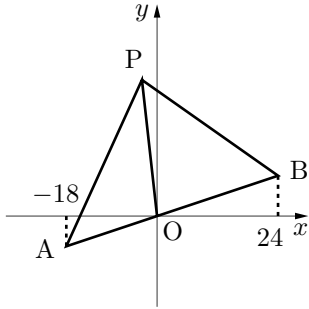


(3) AD と BC が平行であるとき, $\triangle PAB : \text{台形 } ABCD$

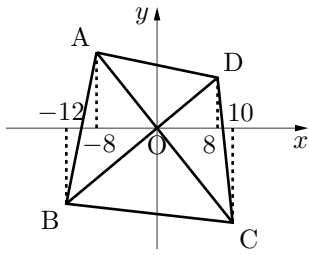


2. 指定された面積比を求めよ。(S級1分, A級1分40秒, B級2分30秒, C級3分30秒)

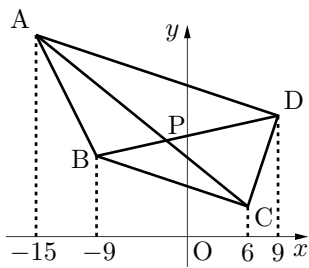
(1) $\triangle PAO : \triangle POB$



(2) $\triangle OAB : \triangle OBC : \triangle OCD : \triangle ODA$



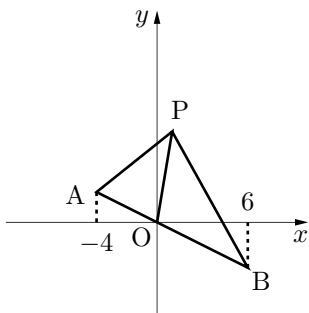
(3) AD と BC が平行であるとき, $\triangle PAD : \text{台形 } ABCD$



反射テスト 座標 座標から面積比 01 解答解説

1. 指定された面積比を求めよ。(S級1分, A級1分40秒, B級2分30秒, C級3分30秒)

(1) $\triangle PAO : \triangle POB$



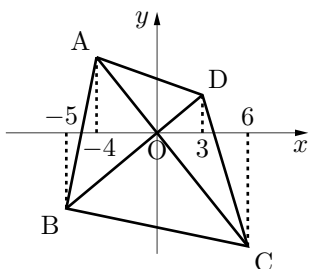
★ 線分比は座標の差

$$\begin{aligned} AO : OB &= (\text{Oの}x\text{座標} - \text{Aの}x\text{座標}) : (\text{Bの}x\text{座標} - \text{Oの}x\text{座標}) \\ &= \{0 - (-4)\} : (6 - 0) \\ &= 4 : 6 \\ &= 2 : 3 \end{aligned}$$

頂点をP, 底辺をAO, OBとすれば, 2つの三角形のは高さが等しいから, 面積比は底辺の比と等しくなるので,

$$\triangle PAO : \triangle POB = AO : OB = 2 : 3$$

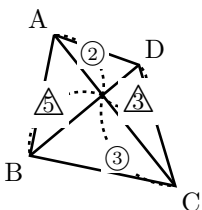
(2) $\triangle OAB : \triangle OBC : \triangle OCD : \triangle ODA$



★ 線分比は座標の差

$$\begin{aligned} AO : OC &= (\text{Oの}x\text{座標} - \text{Aの}x\text{座標}) : (\text{Cの}x\text{座標} - \text{Oの}x\text{座標}) \\ &= \{0 - (-4)\} : (6 - 0) \\ &= 4 : 6 \\ &= \textcircled{2} : \textcircled{3} \end{aligned}$$

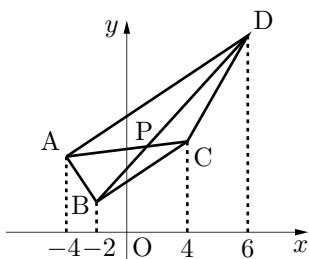
$$\begin{aligned} BO : OD &= (\text{Oの}x\text{座標} - \text{Bの}x\text{座標}) : (\text{Dの}x\text{座標} - \text{Oの}x\text{座標}) \\ &= \{0 - (-5)\} : (3 - 0) \\ &= \textcircled{5} : \textcircled{3} \end{aligned}$$



★ 四角形の対角線の比から面積比

$$\begin{aligned} \triangle OAB : \triangle OBC : \triangle OCD : \triangle ODA \\ &= (OA \times OB) : (OB \times OC) : (OC \times OD) : (OD \times OA) \\ &= \textcircled{2} \times \textcircled{5} : \textcircled{5} \times \textcircled{3} : \textcircled{3} \times \textcircled{3} : \textcircled{3} \times \textcircled{2} = 10 : 15 : 9 : 6 \end{aligned}$$

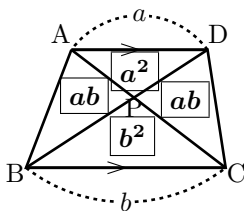
(3) ADとBCが平行であるとき, $\triangle PAB : \text{台形} ABCD$



★ 線分比は座標の差

$$\begin{aligned} AD : BC &= (\text{Dの}x\text{座標} - \text{Aの}x\text{座標}) : (\text{Cの}x\text{座標} - \text{Bの}x\text{座標}) \\ &= \{6 - (-4)\} : \{4 - (-2)\} \\ &= 10 : 6 \\ &= \textcircled{5} : \textcircled{3} \end{aligned}$$

ADとBDが平行であるから, $\triangle PDA \sim \triangle PBC$ (相似比5:3.)



★ 台形の面積比 (左図)

上底の長さ a , 下底の長さ b であるとき.

左図のように $\triangle PAD \sim \triangle PBC$ となるから.

$PA : PC = a : b$ かつ $PD : PB = a : b$ となる.

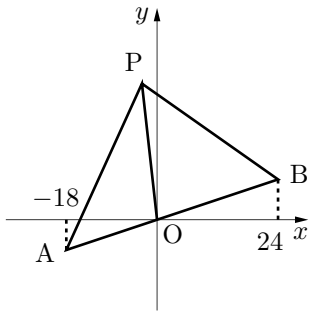
よって, 台形の内部は左図のような面積比になる.

$$\text{以上から, } \triangle PDA : \triangle PAB : \triangle PBC : \triangle PCD = \textcircled{5}^2 : \textcircled{3} \times \textcircled{5} : \textcircled{3}^2 : \textcircled{3} \times \textcircled{5} = \boxed{25} : \boxed{15} : \boxed{9} : \boxed{15}$$

$$\Rightarrow \text{台形} ABCD = \boxed{25} + \boxed{15} \times 2 + \boxed{9} = \boxed{64} \Rightarrow \triangle PAB : \text{台形} ABCD = \boxed{15} : \boxed{64} = 15 : 64$$

2. 指定された面積比を求めよ。(S級1分, A級1分40秒, B級2分30秒, C級3分30秒)

(1) $\triangle PAO : \triangle POB$



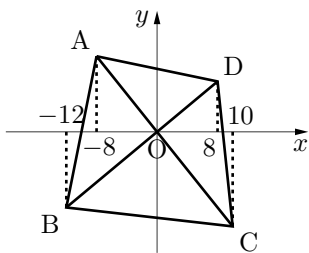
★ 線分比は座標の差

$$\begin{aligned} AO : OB &= (\text{Oの}x\text{座標} - \text{Aの}x\text{座標}) : (\text{Bの}x\text{座標} - \text{Oの}x\text{座標}) \\ &= \{0 - (-18)\} : (24 - 0) \\ &= 18 : 24 \\ &= 3 : 4 \end{aligned}$$

頂点をP, 底辺をAO, OBとすれば, 2つの三角形のは高さが等しいから, 面積比は底辺の比と等しくなるので,

$$\triangle PAO : \triangle POB = AO : OB = 3 : 4$$

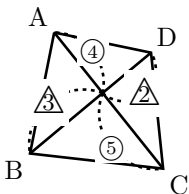
(2) $\triangle OAB : \triangle OBC : \triangle OCD : \triangle ODA$



★ 線分比は座標の差

$$\begin{aligned} AO : OC &= (\text{Oの}x\text{座標} - \text{Aの}x\text{座標}) : (\text{Cの}x\text{座標} - \text{Oの}x\text{座標}) \\ &= \{0 - (-12)\} : (8 - 0) \\ &= 12 : 8 \\ &= ④ : ⑤ \end{aligned}$$

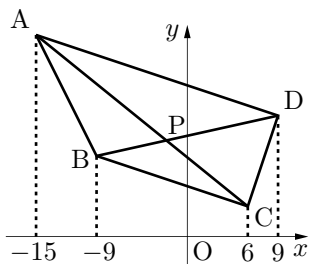
$$\begin{aligned} BO : OD &= (\text{Oの}x\text{座標} - \text{Bの}x\text{座標}) : (\text{Dの}x\text{座標} - \text{Oの}x\text{座標}) \\ &= \{0 - (-12)\} : (8 - 0) \\ &= 12 : 8 \\ &= ④ : ⑤ \end{aligned}$$



★ 四角形の対角線の比から面積比

$$\begin{aligned} \triangle OAB : \triangle OBC : \triangle OCD : \triangle ODA \\ &= (OA \times OB) : (OB \times OC) : (OC \times OD) : (OD \times OA) \\ &= ④ \times ③ : ③ \times ⑤ : ⑤ \times ② : ② \times ④ = 12 : 15 : 10 : 8 \end{aligned}$$

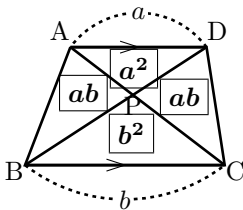
(3) ADとBCが平行であるとき, $\triangle PAD : \text{台形} ABCD$



★ 線分比は座標の差

$$\begin{aligned} AD : BC &= (\text{Dの}x\text{座標} - \text{Aの}x\text{座標}) : (\text{Cの}x\text{座標} - \text{Bの}x\text{座標}) \\ &= \{9 - (-15)\} : \{6 - (-9)\} \\ &= 24 : 15 \\ &= ⑧ : ⑤ \end{aligned}$$

ADとBCが平行であるから, $\triangle PDA \sim \triangle PBC$ (相似比8:5).



★ 台形の面積比 (左図)

上底の長さ a , 下底の長さ b であるとき.

左図のように $\triangle PAD \sim \triangle PBC$ となるから.

$PA : PC = a : b$ かつ $PD : PB = a : b$ となる.

よって, 台形の内部は左図のような面積比になる.

$$\text{以上から, } \triangle PAD : \triangle PAB : \triangle PBC : \triangle PCD = ⑧^2 : ⑤ \times ⑧ : ⑤^2 : ⑤ \times ⑧ = 64 : 40 : 25 : 40$$

$$\Rightarrow \text{台形} ABCD = 64 + 40 \times 2 + 25 = 169 \Rightarrow \triangle PAD : \text{台形} ABCD = 64 : 169 = 64 : 169$$