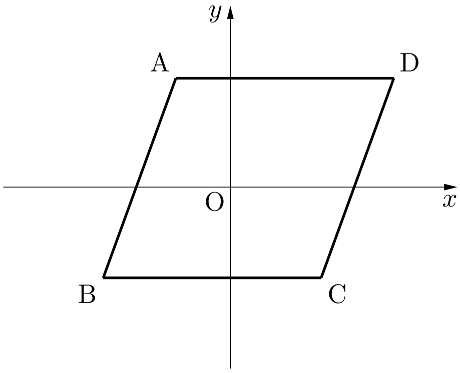
反射テスト　座標　平行四辺形　01

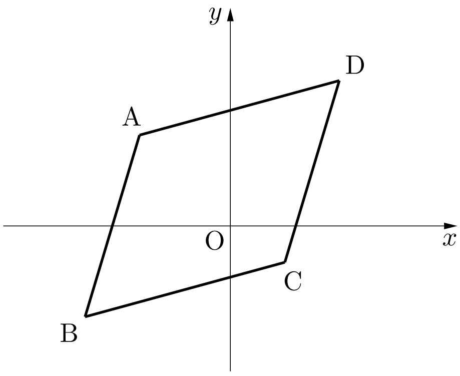
1.　点 A$(-3, 6)$, B$(-7, -5)$, C$(5, -5)$ であり，四角形 ABCD は平行四辺形である. 点 D の座標を求めよ.

（ S 級 25 秒，A 級 40 秒，B 級 1 分，C 級 2 分 ）



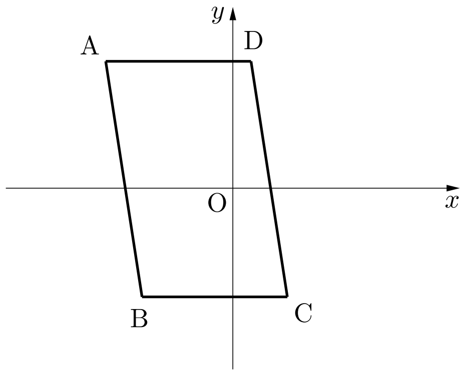
2.　点 A$(-5, 5)$, B$(-8, -5)$, D$(6, 8)$ であり，四角形 ABCD は平行四辺形である. 点 C の座標を求めよ.

（ S 級 30 秒，A 級 50 秒，B 級 1 分 20 秒，C 級 2 分 ）



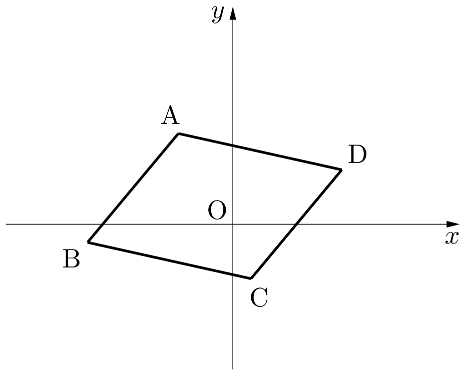
3. 点 A$(-7,7)$, C$(3,-6)$, D$(1,7)$ であり，四角形 ABCD は平行四辺形である．点 B の座標を求めよ．

（ S 級 25 秒，A 級 40 秒，B 級 1 分，C 級 2 分 ）



4. 点 B$(-8,-1)$, C$(1,-3)$, D$(6,3)$ であり，四角形 ABCD は平行四辺形である．点 A の座標を求めよ．

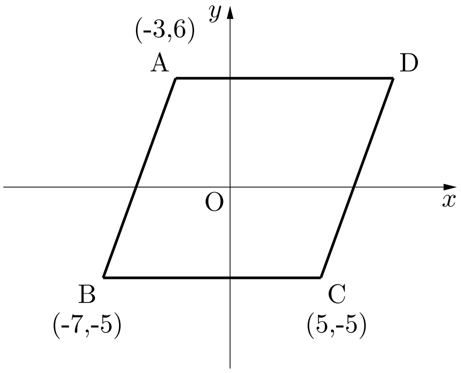
（ S 級 30 秒，A 級 50 秒，B 級 1 分 20 秒，C 級 2 分 ）



反射テスト　座標　平行四辺形　01　解答解説

1. 点 $\mathrm{A}(-3,6), \mathrm{B}(-7,-5), \mathrm{C}(5,-5)$ であり，四角形 ABCD は平行四辺形である．点 D の座標を求めよ．

（ S 級 25 秒，A 級 40 秒，B 級 1 分，C 級 2 分 ）



★ 平行四辺形の対辺は平行かつ等しい．

BC が x 軸に平行なので，AD も x 軸に平行．

かつ，AD $=$ BC なので，

　AD $=$ BC $=$ C の x 座標 $-$ B の x 座標 $= 5-(-7) = 12$　←☆図に書きこむ．

D の x 座標 $=$ A の x 座標 $+$ AD $= -3+12 = 9$

D の y 座標 $=$ A の y 座標 $= 6$

　求める座標は，　D$\mathbf{(9,6)}$

☆ **別解**　こちらの方法も重要．

★ 平行四辺形の対角線が互いの中点で交わる.…この交点が平行四辺形の重心

平行四辺形の重心は線分 AC の中点　…**★ 中点は座標の平均**

$$\text{重心の } x \text{ 座標} = \frac{\text{A の } x \text{ 座標} + \text{C の } x \text{ 座標}}{2} = \frac{-3+5}{2} = 1$$

$$\text{重心の } y \text{ 座標} = \frac{\text{A の } y \text{ 座標} + \text{C の } y \text{ 座標}}{2} = \frac{6+(-5)}{2} = \frac{1}{2}$$

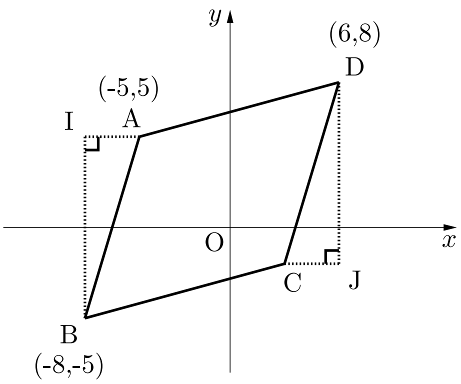
D の座標を (p,q) とすると，DB の中点が重心になるから，

$$\frac{p+(-7)}{2} = 1 \quad \text{かつ} \quad \frac{q+(-5)}{2} = \frac{1}{2}$$

解いて，$(p,q) = \mathbf{(9,6)}$

2. 点 $\mathrm{A}(-5,5), \mathrm{B}(-8,-5), \mathrm{D}(6,8)$ であり，四角形 ABCD は平行四辺形である．点 C の座標を求めよ．

（ S 級 30 秒，A 級 50 秒，B 級 1 分 20 秒，C 級 2 分 ）



★ 平行四辺形は点対称．

平行四辺形の左右に直角三角形を作る．(左図の △AIB と △CJD)

その際，直角をはさむ 2 辺がそれぞれ x 軸, y 軸に平行になるようにする．

左図において，△AIB と △CJD は合同だから，

　CJ $=$ AI $=$ A の x 座標 $-$ I の x 座標 $= (-5)-(-8) = 3$　←☆図に書く．

　DJ $=$ BI $=$ I の y 座標 $-$ B の y 座標 $= 5-(-5) = 10$　←☆図に書きこむ．

C の x 座標	$=$	D の x 座標	$-$	CJ		
	$=$	6	$-$	3	$=$	3
C の y 座標	$=$	D の y 座標	$-$	DJ		
	$=$	8	$-$	10	$=$	-2

　求める座標は，　C$\mathbf{(3,-2)}$

☆ **別解**　**★ 平行四辺形の対角線が互いの中点で交わる.…この交点が平行四辺形の重心**

平行四辺形の重心は線分 BD の中点　…**★ 中点は座標の平均**

$$\text{重心の } x \text{ 座標} = \frac{\text{B の } x \text{ 座標} + \text{D の } x \text{ 座標}}{2} = \frac{-8+6}{2} = -1$$

$$\text{重心の } y \text{ 座標} = \frac{\text{B の } y \text{ 座標} + \text{D の } y \text{ 座標}}{2} = \frac{-5+8}{2} = \frac{3}{2}$$

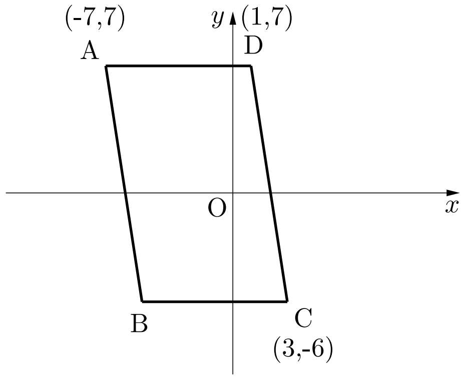
C の座標を (p,q) とすると，CA の中点が重心になるから，

$$\frac{p+(-5)}{2} = -1 \quad \text{かつ} \quad \frac{q+5}{2} = \frac{3}{2}$$

解いて，$(p,q) = \mathbf{(3,-2)}$

3. 点 $\mathrm{A}(-7,7), \mathrm{C}(3,-6), \mathrm{D}(1,7)$ であり，四角形 ABCD は平行四辺形である．点 B の座標を求めよ．

（ S 級 25 秒，A 級 40 秒，B 級 1 分，C 級 2 分 ）



★ 平行四辺形の対辺は平行かつ等しい.

AD が x 軸に平行なので，BC も x 軸に平行.

かつ，BC = AD なので，

BC = AD = D の x 座標 − A の x 座標 $= 1-(-7) = 8$ ←☆図に書きこむ.

B の x 座標 = C の x 座標 − BC $= 3 - 8 = -5$

B の y 座標 = C の y 座標 $= -6$

求める座標は，　B$\boldsymbol{(-5,-6)}$

☆ **別解**　こちらの方法も重要.

★ 平行四辺形の対角線が互いの中点で交わる.…この交点が平行四辺形の重心

平行四辺形の重心は線分 AC の中点　…**★ 中点は座標の平均**

$$\text{重心の } x \text{ 座標} = \frac{\text{A の } x \text{ 座標} + \text{C の } x \text{ 座標}}{2} = \frac{-7+3}{2} = -2$$

$$\text{重心の } y \text{ 座標} = \frac{\text{A の } y \text{ 座標} + \text{C の } y \text{ 座標}}{2} = \frac{7+(-6)}{2} = \frac{1}{2}$$

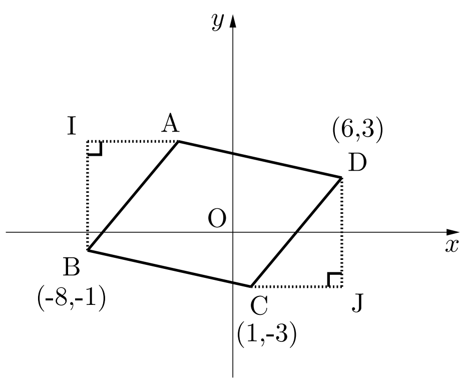
B の座標を (p,q) とすると，BD の中点が重心になるから，

$$\frac{p+1}{2} = -2 \quad \text{かつ} \quad \frac{q+7}{2} = \frac{1}{2}$$

解いて，$(p,q) = \boldsymbol{(-5,-6)}$

4. 点 $\mathrm{B}(-8,-1), \mathrm{C}(1,-3), \mathrm{D}(6,3)$ であり，四角形 ABCD は平行四辺形である．点 A の座標を求めよ．

（ S 級 30 秒，A 級 50 秒，B 級 1 分 20 秒，C 級 2 分 ）



★ 平行四辺形は点対称.

平行四辺形の左右に直角三角形を作る.（左図の △AIB と △CJD）

その際，直角をはさむ 2 辺がそれぞれ x 軸, y 軸に平行になるようにする.

左図において，△AIB と △CJD は合同だから，

AI = CJ = J の x 座標 − C の x 座標 $= 6 - 1 = 5$　←☆図に書きこむ.

BI = DJ = D の y 座標 − J の y 座標 $= 3-(-3) = 6$　←☆図に書きこむ.

A の x 座標	=	B の x 座標	+	AI		
	=	-8	+	5	=	-3
A の y 座標	=	B の y 座標	+	BI		
	=	-1	+	6	=	5

求める座標は，　A$\boldsymbol{(-3,5)}$

☆ **別解**　**★ 平行四辺形の対角線が互いの中点で交わる.…この交点が平行四辺形の重心**

平行四辺形の重心は線分 BD の中点　…**★ 中点は座標の平均**

$$\text{重心の } x \text{ 座標} = \frac{\text{B の } x \text{ 座標} + \text{D の } x \text{ 座標}}{2} = \frac{-8+6}{2} = -1$$

$$\text{重心の } y \text{ 座標} = \frac{\text{B の } y \text{ 座標} + \text{D の } y \text{ 座標}}{2} = \frac{-1+3}{2} = 1$$

A の座標を (p,q) とすると，AC の中点が重心になるから，

$$\frac{p+1}{2} = -1 \quad \text{かつ} \quad \frac{q+(-3)}{2} = 1$$

解いて，$(p,q) = \boldsymbol{(-3,5)}$