反射テスト　文字式　証明　数論　0802

1.　連続する 3 つの偶数の和が必ず 6 で割り切れることを, 真ん中の偶数を $2n$ として証明せよ. ただし, n は整数である.

（ S 級 2 分, A 級 3 分, B 級 4 分 20 秒, C 級 6 分 ）

2. 2ケタの整数がある. 10の位のケタの数を a, 1の位のケタの数を b とする. ただし, a, b は1ケタの自然数であり, $a > b$ とする. この2ケタの整数と, 10の位と1の位を入れ替えた数との差が必ず9で割りきれることを証明せよ.

(S 級3分, A 級4分20秒, B 級6分, C 級9分)

反射テスト　文字式　証明　数論　0802　解答解説

1.　連続する 3 つの偶数の和が必ず 6 で割り切れることを，真ん中の偶数を $2n$ として証明せよ．ただし，n は整数である．
（ S 級 2 分，A 級 3 分，B 級 4 分 20 秒，C 級 6 分 ）

連続する 3 つの偶数は，$2n-2,\ 2n,\ 2n+2$ とおける．

これらの和は，

$$(2n-2)+2n+(2n+2)=6n$$

n は整数だから，$6n$ は 6 の倍数．

よって，連続する 3 つの偶数の和は必ず 6 で割り切れる．

☆問題文に $2n$ となくても，自分でおけるようになれば素晴らしい．

2. 2ケタの整数がある. 10の位のケタの数を a, 1の位のケタの数を b とする. ただし, a, b は1ケタの自然数であり, $a > b$ とする. この2ケタの整数と, 10の位と1の位を入れ替えた数との差が必ず9で割りきれることを証明せよ.

(S 級3分, A 級4分20秒, B 級6分, C 級9分)

2ケタの整数は $10a + b$ と表せる.

ケタを入れ替えた数は $10b + a$ であるから,

これらの差は,

$$(10a + b) - (10b + a) = 9a - 9b$$

$$= 9(a - b)$$

$a - b$ は整数であるから, $9(a - b)$ は9で割り切れる.

よって, 2ケタの整数とそのケタを入れ替えた数との差は9で割りきれる.