

反射テスト 1次方程式 2元・3元の求比 01

1. 次の条件式から $x : y$ を求めよ. ただし x, y のどちらも 0 ではないものとする.

(S 級 35 秒, A 級 50 秒, B 級 1 分 20 秒, C 級 3 分)

(1) $9(y - 3x) = 6(3x - y)$

(2) $\frac{x - 2y}{6} = \frac{2x - 3y}{4}$

2. 次の条件式から $x : y : z$ を求めよ. ただし x, y, z のどれも 0 ではないものとする.

(S 級 55 秒, A 級 1 分 40 秒, B 級 3 分, C 級 5 分)

(1)
$$\begin{cases} x + 9y = 5z \\ z = 3y - x \end{cases}$$

(2) $\frac{x + y}{2} = \frac{y + z}{3} = \frac{z + x}{3}$

3. 次の条件式から $x : y$ を求めよ. ただし x, y のどちらも 0 ではないものとする.

(S 級 35 秒, A 級 50 秒, B 級 1 分 20 秒, C 級 3 分)

(1) $8(y - 5x) = 12(2x - 2y)$

(2) $\frac{3x - 5y}{6} = \frac{x - 4y}{8}$

4. 次の条件式から $x : y : z$ を求めよ. ただし x, y, z のどれも 0 ではないものとする.

(S 級 55 秒, A 級 1 分 40 秒, B 級 3 分, C 級 5 分)

(1)
$$\begin{cases} 7x - 3y = 6z \\ z = x + 2y \end{cases}$$

(2) $\frac{x + y}{2} = \frac{y + z}{2} = z + x$

反射テスト 1次方程式 2元・3元の求比 01 解答解説

1. 次の条件式から $x : y$ を求めよ. ただし x, y のどちらも 0 ではないものとする.

(S 級 35 秒, A 級 50 秒, B 級 1 分 20 秒, C 級 3 分)

★2変数, 1方程式 ⇔ ある変数をもう1つの変数で表せる

ここでは, 単に表せるだけでなく, 比が求められる場合の例である.

$$(1) \quad 9(y - 3x) = 6(3x - y)$$

$$\Leftrightarrow 3(y - 3x) = 2(3x - y)$$

$$\Leftrightarrow 3y - 9x = 6x - 2y$$

$$\Leftrightarrow -15x = -5y$$

$$\Leftrightarrow 3x = y$$

$$\therefore x : y = 1 : 3 \quad \dots\text{答え}$$

$$(2) \quad \frac{x - 2y}{6} = \frac{2x - 3y}{4}$$

$$\Leftrightarrow 2(x - 2y) = 3(2x - 3y)$$

$$\Leftrightarrow 2x - 4y = 6x - 9y$$

$$\Leftrightarrow -4x = -5y$$

$$\Leftrightarrow 4x = 5y$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{y} = \frac{5}{4} \quad \leftarrow \because y \neq 0$$

$$\therefore x : y = 5 : 4 \quad \dots\text{答え}$$

2. 次の条件式から $x : y : z$ を求めよ. ただし x, y, z のどれも 0 ではないものとする.

(S 級 55 秒, A 級 1 分 40 秒, B 級 3 分, C 級 5 分)

★3変数, 2方程式 ⇔ 2つの変数を残りの1つの変数で表せる

ここでは, 単に表せるだけでなく, 比が求められる場合の例である.

$$(1) \quad \begin{cases} x + 9y = 5z & \dots\text{①} \\ z = 3y - x & \dots\text{②} \end{cases}$$

★1文字消去 (ここでは z を消去する)

②を①に代入して,

$$x + 9y = 5(3y - x)$$

$$\Leftrightarrow x + 9y = 15y - 5x$$

$$\Leftrightarrow 6x = 6y$$

$$\Leftrightarrow x = y$$

$y = x$ を②に代入して,

$$z = 3 \cdot x - x = 2x$$

$$\therefore x : y : z = x : x : 2x$$

$$= 1 : 1 : 2 \quad \dots\text{答え}$$

$$(2) \quad \frac{x + y}{2} = \frac{y + z}{3} = \frac{z + x}{3}$$

$$\frac{x + y}{2} = \frac{y + z}{3} = \frac{z + x}{3} = k \text{ とおける. } (k \neq 0)$$

$$\begin{cases} x + y = 2k & \dots\text{①} \\ y + z = 3k & \dots\text{②} \\ z + x = 3k & \dots\text{③} \end{cases}$$

① + ② + ③ より,

$$2x + 2y + 2z = 8k$$

$$\Leftrightarrow x + y + z = 4k \quad \dots\text{④}$$

$$\text{④} - \text{①} \text{ より } z = 2k$$

$$\text{④} - \text{②} \text{ より } x = k$$

$$\text{④} - \text{③} \text{ より } y = k$$

$$\therefore x : y : z = k : k : 2k$$

$$= 1 : 1 : 2 \quad \dots\text{答え}$$

3. 次の条件式から $x : y$ を求めよ. ただし x, y のどちらも 0 ではないものとする.

(S 級 35 秒, A 級 50 秒, B 級 1 分 20 秒, C 級 3 分)

(1) $8(y - 5x) = 12(2x - 2y)$

$$\Leftrightarrow 2(y - 5x) = 3(2x - 2y)$$

$$\Leftrightarrow 2y - 10x = 6x - 6y$$

$$\Leftrightarrow -16x = -8y$$

$$\Leftrightarrow 2x = y$$

$$\therefore x : y = 1 : 2 \quad \dots\text{答え}$$

(2) $\frac{3x - 5y}{6} = \frac{x - 4y}{8}$

$$\Leftrightarrow 4(3x - 5y) = 3(x - 4y)$$

$$\Leftrightarrow 12x - 20y = 3x - 12y$$

$$\Leftrightarrow 9x = 8y$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{y} = \frac{8}{9} \quad \leftarrow \because y \neq 0$$

$$\therefore x : y = 8 : 9 \quad \dots\text{答え}$$

4. 次の条件式から $x : y : z$ を求めよ. ただし x, y, z のどれも 0 ではないものとする.

(S 級 55 秒, A 級 1 分 40 秒, B 級 3 分, C 級 5 分)

(1)
$$\begin{cases} 7x - 3y = 6z & \dots\text{①} \\ z = x + 2y & \dots\text{②} \end{cases}$$

② を ① に代入して,

$$7x - 3y = 6(x + 2y)$$

$$\Leftrightarrow 7x - 3y = 6x + 12y$$

$$\Leftrightarrow x = 15y$$

$x = 15y$ を ② に代入して,

$$z = 15y + 2y = 17y$$

$$\therefore x : y : z = 15y : y : 17y \\ = 15 : 1 : 17 \quad \dots\text{答え}$$

(2) $\frac{x + y}{2} = \frac{y + z}{2} = z + x$

$$\frac{x + y}{2} = \frac{y + z}{2} = z + x = k \text{ とおける. } (k \neq 0)$$

$$\begin{cases} x + y = 2k & \dots\text{①} \\ y + z = 2k & \dots\text{②} \\ z + x = k & \dots\text{③} \end{cases}$$

① + ② + ③ より,

$$2x + 2y + 2z = 5k$$

$$\Leftrightarrow x + y + z = \frac{5}{2}k \quad \dots\text{④}$$

$$\text{④} - \text{①} \text{ より } z = \frac{1}{2}k$$

$$\text{④} - \text{②} \text{ より } x = \frac{1}{2}k$$

$$\text{④} - \text{③} \text{ より } y = \frac{3}{2}k$$

$$\therefore x : y : z = \frac{1}{2}k : \frac{3}{2}k : \frac{1}{2}k \\ = 1 : 3 : 1 \quad \dots\text{答え}$$