

反射テスト 方程式と求比 多元 01

1. 次の問に答えよ。(S級1分50秒, A級3分, B級5分30秒, C級8分)

(1) 次の連立方程式から, b, c, d を a について解け.

$$\begin{cases} a + b + c + d = 10 \\ a + b + 2c = 3 \\ b + c + 2d = 2 \end{cases}$$

(2) $a + d = 12$ のとき, (1) を a, b, c, d について解け.

2. 次の問に答えよ。(S級1分55秒, A級3分, B級5分30秒, C級8分)

(1) 次の連立方程式から, b, c, d を a について解け.

$$\begin{cases} a + b + c + d = 10 \\ a + b - 2c = 4 \\ a + 2b + d = -2 \end{cases}$$

(2) $a + c = 18$ のとき, (1) を a, b, c, d について解け.

反射テスト 方程式と求比 多元 01 解答解説

1. 次の間に答えよ。(S級1分50秒, A級3分, B級5分30秒, C級8分)

★変数の数と1次方程式の数 だいたい次の話が言える.

① 変数の数と方程式の数が同じ. \Rightarrow 全ての変数について解ける.

② 方程式の数の方が1つ少ない. \Rightarrow ある変数で他の変数全てを表せる.

注意 次の場合, 方程式の数が少なくても解けることがある. 例えば「変数は整数」などの条件が入る場合や, 「一部の変数だけ解ける」場合もある. また「解がない」「解が無数にある」場合などの例外もある.

(1) 次の連立方程式から, b, c, d を a について解け.

$$\begin{cases} a+b+c+d=10 & \cdots\textcircled{1} \\ a+b+2c=3 & \cdots\textcircled{2} \\ b+c+2d=2 & \cdots\textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ から } -c+d=7 \Leftrightarrow c=d-7$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{3} \text{ から } a-d=8 \Leftrightarrow d=a-8$$

$$\therefore c=d-7=(a-8)-7=a-15$$

$$\textcircled{1} \text{ に代入して, } a+b+(a-15)+(a-8)=10 \Leftrightarrow b=33-3a$$

$$\therefore \mathbf{b=33-3a} \text{ かつ } \mathbf{c=a-15} \text{ かつ } \mathbf{d=a-8}$$

☆ポイント ★の②の具体例である.

(2) $a+d=12$ のとき, (1) を a, b, c, d について解け.

(1) の結果を代入して,

$$a+(a-8)=12 \Leftrightarrow a=10$$

よって

$$b=33-3a=33-3 \times 10=3$$

$$c=a-15=10-15=-5$$

$$d=a-8=10-8=2$$

$$\therefore \mathbf{a=10} \text{ かつ } \mathbf{b=3} \text{ かつ } \mathbf{c=-5} \text{ かつ } \mathbf{d=2}$$

☆ポイント ★の②から, 1つ方程式が増えると★の①となって解ける. その具体例である.

2. 次の問に答えよ。(S級1分55秒, A級3分, B級5分30秒, C級8分)

★変数の数と1次方程式の数 だいたい次の話が言える.

- ① 変数の数と方程式の数が同じ. \Rightarrow 全ての変数について解ける.
- ② 方程式の数の方が1つ少ない. \Rightarrow ある変数で他の変数全てを表せる.

注意 次の場合, 方程式の数が少なくても解けることがある. 例えば「変数は整数」などの条件が入る場合や, 「一部の変数だけ解ける」場合もある. また「解がない」「解が無数にある」場合などの例外もある.

(1) 次の連立方程式から, b, c, d を a について解け.

$$\begin{cases} a + b + c + d = 10 & \cdots\text{①} \\ a + b - 2c = 4 & \cdots\text{②} \\ a + 2b + d = -2 & \cdots\text{③} \end{cases}$$

$$\text{①} - \text{②} \text{ から } 3c + d = 6 \Leftrightarrow d = 6 - 3c \quad \cdots\text{④}$$

$$\text{①} - \text{③} \text{ から } -b + c = 12 \Leftrightarrow b = c - 12 \quad \cdots\text{⑤}$$

$$\text{①に代入して, } a + (c - 12) + c + (6 - 3c) = 10 \Leftrightarrow a - c = 16 \Leftrightarrow c = a - 16$$

$$\text{④から } d = 6 - 3(a - 16) = 54 - 3a$$

$$\text{⑤から } b = (a - 16) - 12 = a - 28$$

$$\therefore b = a - 28 \text{ かつ } c = a - 16 \text{ かつ } d = 54 - 3a$$

☆式変形のコツ ① - ②で a, b が消去できる. このようにたくさんの文字を消す計算は簡単な式を導く.

そうすれば, とりあえず c, d の関係式が出るので, どちらかでどちらかを表すことができる. そういう計算を繰り返す.

(2) $a + c = 18$ のとき, (1) を a, b, c, d について解け.

(1) の結果を代入して,

$$a + (a - 16) = 18 \Leftrightarrow a = 17$$

よって

$$b = a - 28 = 17 - 28 = -11$$

$$c = a - 16 = 17 - 16 = 1$$

$$d = 54 - 3a = 54 - 3 \times 17 = 3$$

$$\therefore a = 17 \text{ かつ } b = -11 \text{ かつ } c = 1 \text{ かつ } d = 3$$

★変数と方程式

変数が M 個から成る方程式が N 個あれば, だいたい次の話が言える.

- ① $M = N$ 変数の数 M と方程式の数 N が同じ. \Rightarrow 全ての変数について解ける.
- ② $M - 1 = N$ 方程式の数の方が1つ少ない. \Rightarrow ある1つの変数で他の変数全てを表せる.
- ③ $M - 2 = N$ 方程式の数の方が2つ少ない. \Rightarrow ある2つの変数で他の変数全てを表せる.
- ④ $M - 3 = N$ 方程式の数の方が3つ少ない. \Rightarrow ある3つの変数で他の変数全てを表せる.

...

よくある例外 ②や③の時でも, ある変数だけ解けたりすることもある.

$$a + b + c = 3 \text{ かつ } a + b = 1 \quad (\text{上の話で言えば, 変数の個数 } M = 3, \text{ 方程式の個数 } N = 2)$$

左の方程式と右の各辺の差から $c = 2 \Rightarrow c$ については解ける.

$$a, b \text{ については一方でもう一方を表せる. } a + b = 1 \Leftrightarrow b = 1 - a \Leftrightarrow a = 1 - b$$