

反射テスト 場合の数・確率 入試問題 難度 A 05

1. 女子4人, 男子3人が1列に並ぶとき, 次のような並び方はそれぞれ何通りあるか.

(S級1分40秒, A級3分, B級5分, C級8分)

(1) 男子3人が連続する並び方.

(2) 両端が男子となる並び方.

(3) どの2人の男子も隣り合わない並び方.

2. 女子5人, 男子3人が1列に並ぶとき, 次のような並び方はそれぞれ何通りあるか.

(S 級 1 分 40 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 8 分)

(1) 男子3人が連続する並び方.

(2) 両端が男子となる並び方.

(3) どの2人の男子も隣り合わない並び方.

反射テスト 場合の数・確率 入試問題 難度 A 05 解答解説

1. 女子4人, 男子3人が1列に並ぶとき, 次のような並び方はそれぞれ何通りあるか.

(S級1分40秒, A級3分, B級5分, C級8分)

★条件のある男女の並び方 = 男女の配置の仕方 × 男の並び方 × 女の並び方
以下, 男を△, 女を○で表す.

(1) 男子3人が連続する並び方.

△△△○○○
○△△△○○○
○○△△△○○
○○○△△△○
○○○○△△△

$$\begin{aligned} \therefore & 5 \times \text{男の並び方} \times \text{女の並び方} \\ &= 5 \times (3 \times 2 \times 1) \times (4 \times 3 \times 2 \times 1) \\ &= 5 \times 6 \times 24 = \mathbf{720 \text{ 通り}} \end{aligned}$$

☆別解 男子3人を1人として考える.
よって, 全員で $4 + 1 = 5$ 人の並べかえ
 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ 通り.
また, 男子3人の並べかえも考慮して $3 \times 2 \times 1 = 6$ 通り.
 $\therefore 120 \times 6 = \mathbf{720 \text{ 通り}}$

(2) 両端が男子となる並び方.

△△○○○○△
△○△○○○△
△○○△○○△
△○○○△○△
△○○○○△△

$$\begin{aligned} \therefore & 5 \times \text{男の並び方} \times \text{女の並び方} \\ &= 5 \times (3 \times 2 \times 1) \times (4 \times 3 \times 2 \times 1) \\ &= 5 \times 6 \times 24 = \mathbf{720 \text{ 通り}} \end{aligned}$$

☆別解 両端に男子2人を最初におく.
両端の男子2人の並べ方が $3 \times 2 = 6$ 通り.
真ん中で男子1人と女子4人の合計5人の並べ方を考える.
 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ 通り.
 $\therefore 6 \times 120 = \mathbf{720 \text{ 通り}}$

(3) どの2人の男子も隣り合わない並び方.

☆余事象 「全部」 - 「隣り合う場合」
全部で $7! = 5040$ 通り.
3人連続は(1)で考えたので, 2人連続の場合を考える.
左から男子が2人・1人の場合は,
△△○△○○○ △を右にずらして4通り.
○△△○△○○ △を右にずらして3通り.
○○△△○△○ △を右にずらして2通り.
○○○△△○△ △を右にずらして1通り.
の合計10通りだから, 男子が1人・2人の場合も10通り.
よって, 男女の配置は $10 \times 2 = 20$ 通り.
男子の並べかえ $3!$ と, 女子の並べかえ $4!$ を考えて,
 $\therefore 20 \times 3! \times 4! = 2880$

余事象を考えて $5040 - 2880 - 720 = \mathbf{1440 \text{ 通り}}$

(3) ☆別解

○△◎△◎△○
○は0人以上の女子, ◎のところは1人以上の女子.
最低でも女子は2人必要で, この女子2人を最初に置く.
?△女?△女?△?
 $4人 - 2人 = 2$ 人の女子を上?に配置すると考える.
4つの場所から重複をゆるして2つ女子をおく場所を選ぶと,
重複組合せ ${}_4H_2 = {}_5C_2 = 10$ 通り
男子の並べかえ $3!$ と, 女子の並べかえ $4!$ を考えて,
 $\therefore 10 \times 3! \times 4! = \mathbf{1440 \text{ 通り}}$

☆重複組み合わせが難しい場合は配置を樹形図で全部調べる.
○○△○△○△ ○△○○△○△ ○△○△○○△
○△○△○△○ △○○○△○△ △○○△○○△
△○○△○△○ △○△○○○△ △○△○○△○
△○△○△○○

2. 女子5人, 男子3人が1列に並ぶとき, 次のような並び方はそれぞれ何通りあるか.

(S級1分40秒, A級3分, B級5分, C級8分)

★条件のある男女の並び方 = 男女の配置の仕方 × 男の並び方 × 女の並び方

以下, 男を△, 女を○で表す.

(1) 男子3人が連続する並び方.

△△△ ○○○○○
○ △△△ ○○○○
○○ △△△ ○○○
○○○ △△△ ○○
○○○○ △△△ ○
○○○○○ △△△

$$\begin{aligned} \therefore & 6 \times \text{男の並び方} \times \text{女の並び方} \\ &= 6 \times (3 \times 2 \times 1) \times (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \\ &= 6 \times 6 \times 120 = \mathbf{4320 \text{ 通り}} \end{aligned}$$

☆別解 男子3人を1人として考える.

よって, 全員で $5 + 1 = 6$ 人の並べかえ

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720 \text{ 通り.}$$

また, 男子3人の並べかえも考慮して $3 \times 2 \times 1 = 6$ 通り.

$$\therefore 720 \times 6 = \mathbf{4320 \text{ 通り}}$$

(2) 両端が男子となる並び方.

△△ ○○○○○ △
△ ○ △ ○○○○ △
△ ○ ○ △ ○○○ △
△ ○ ○ ○ △ ○ ○ △
△ ○ ○ ○ ○ △ ○ △
△ ○ ○ ○ ○ ○ △ △

$$\begin{aligned} \therefore & 6 \times \text{男の並び方} \times \text{女の並び方} \\ &= 6 \times (3 \times 2 \times 1) \times (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \\ &= 6 \times 6 \times 120 = \mathbf{4320 \text{ 通り}} \end{aligned}$$

☆別解 両端に男子2人を最初におく.

両端の男子2人の並べ方が $3 \times 2 = 6$ 通り.

真ん中で男子1人と女子5人の合計6人の並べ方を考える.

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720 \text{ 通り.}$$

$$\therefore 6 \times 720 = \mathbf{4320 \text{ 通り}}$$

☆類題 男子が4人になったらどうなるか考えてみよう.

(3) どの2人の男子も隣り合わない並び方.

☆余事象 「全部」 - 「隣り合う場合」

全部で $8! = 40320$ 通り.

3人連続は(1)で考えたので, 2人連続の場合を考える.

左から男子が2人・1人の場合は,

△△ ○ △ ○○○○ △を右にずらして5通り.

○ △△ ○ △ ○○○ △を右にずらして4通り.

○○ △△ ○ △ ○○ △を右にずらして3通り.

○○○ △△ ○ △ ○ △を右にずらして2通り.

○○○○ △△ ○ △ △を右にずらして1通り.

の合計15通りだから, 男子が1人・2人の場合も15通り.

よって, 男女の配置は $15 \times 2 = 30$ 通り.

男子の並べかえ $3!$ と, 女子の並べかえ $5!$ を考えて,

$$\therefore 30 \times 3! \times 5! = 21600 \text{ 通り}$$

$$\text{余事象を考えて } 40320 - 21600 - 4320 = \mathbf{14400 \text{ 通り}}$$

(3) ☆別解

○△◎△◎△○

○は0人以上の女子, ◎のところは1人以上の女子.

最低でも女子は2人必要で, この女子2人を最初に置く.

?△女?△女?△?

5人 - 2人 = 3人の女子を上の?に配置すると考える.

4つの場所から重複をゆるして3つ女子をおく場所を選ぶと,

重複組合せ ${}_4H_3 = {}_6C_3 = 20$ 通り

男子の並べかえ $3!$ と, 女子の並べかえ $5!$ を考えて,

$$\therefore 20 \times 3! \times 5! = \mathbf{14400 \text{ 通り}}$$

☆重複組み合わせが難しい場合は配置を樹形図で全部調べる.

○○○△○△○△ ○○△○○△○△ ○○△○△○

○△

...