

## 反射テスト 場合の数・確率 入試問題 難度 A 04

1. 大小2つのさいころを同時に投げ、出た目をそれぞれ  $a, b$  とする。これらの値を  $(x-a)(x-b) = x^2 - Ax + B$  に代入してできる  $A, B$  について、 $AB = 30$  となる確率を求めよ。  
( S 級 2 分, A 級 3 分 30 秒, B 級 6 分, C 級 10 分 )

2. 大小2つのさいころを同時に投げ、出た目をそれぞれ  $a, b$  とする. これらの値を  $(x-a)(x-b) = x^2 - Ax + B$  に代入してできる  $A, B$  について、 $A \geq B$  となる確率を求めよ.  
( S 級 2 分, A 級 3 分 30 秒, B 級 6 分, C 級 10 分 )

# 反射テスト 場合の数・確率 入試問題 難度 A 04 解答解説

1. 大小2つのさいころを同時に投げ、出た目をそれぞれ  $a, b$  とする。これらの値を  $(x-a)(x-b) = x^2 - Ax + B$  に代入してできる  $A, B$  について、 $AB = 30$  となる確率を求めよ。  
 ( S 級 2 分, A 級 3 分 30 秒, B 級 6 分, C 級 10 分 )

★さいころ2つは表

a \ b	1	2	3	4	5	6
1	A = 2, B = 1	A = 3, B = 2	A = 4, B = 3	A = 5, B = 4	A = 6, B = 5	A = 7, B = 6
2	A = 3, B = 2	A = 4, B = 4	A = 5, B = 6	A = 6, B = 8	A = 7, B = 10	A = 8, B = 12
3	A = 4, B = 3	A = 5, B = 6	A = 6, B = 9	A = 7, B = 12	A = 8, B = 15	A = 9, B = 18
4	A = 5, B = 4	A = 6, B = 8	A = 7, B = 12	A = 8, B = 16	A = 9, B = 20	A = 10, B = 24
5	A = 6, B = 5	A = 7, B = 10	A = 8, B = 15	A = 9, B = 20	A = 10, B = 25	A = 11, B = 30
6	A = 7, B = 6	A = 8, B = 12	A = 9, B = 18	A = 10, B = 24	A = 11, B = 30	A = 12, B = 36

$$AB = 30 \text{ となるのは, } (a, b) = (1, 5), (2, 3), (3, 2), (5, 1) \Rightarrow \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

★解と係数の関係  $A = a + b, B = ab$

☆対称性  $a, b$  を入れ替えても同じ式になるので,  $(1, 5)$  が見つければ  $(5, 1)$  も見つけられる。

☆別解 (早い解法)

$AB = 30$  であるから, この約数を考えると,

A	1	2	3	5	6	10	15	30
B	30	15	10	6	5	3	2	1

解と係数の関係から,  $A = a + b, B = ab$

A	1	2	3	5	6	10	15	30
B	30	15	10	6	5	3	2	1
$a$	×	×	×	2, 3	1, 5	×	×	×
$b$	×	×	×	3, 2	5, 1	×	×	×

2. 大小2つのさいころを同時に投げ、出た目をそれぞれ  $a, b$  とする. これらの値を  $(x-a)(x-b) = x^2 - Ax + B$  に代入してできる  $A, B$  について,  $A \geq B$  となる確率を求めよ.  
( S 級 2 分, A 級 3 分 30 秒, B 級 6 分, C 級 10 分 )

★さいころ 2 つは表

a \ b	1	2	3	4	5	6
1	A = 2 , B = 1	A = 3 , B = 2	A = 4 , B = 3	A = 5 , B = 4	A = 6 , B = 5	A = 7 , B = 6
2	A = 3 , B = 2	A = 4 , B = 4	A = 5 , B = 6	A = 6 , B = 8	A = 7 , B = 10	A = 8 , B = 12
3	A = 4 , B = 3	A = 5 , B = 6	A = 6 , B = 9	A = 7 , B = 12	A = 8 , B = 15	A = 9 , B = 18
4	A = 5 , B = 4	A = 6 , B = 8	A = 7 , B = 12	A = 8 , B = 16	A = 9 , B = 20	A = 10 , B = 24
5	A = 6 , B = 5	A = 7 , B = 10	A = 8 , B = 15	A = 9 , B = 20	A = 10 , B = 25	A = 11 , B = 30
6	A = 7 , B = 6	A = 8 , B = 12	A = 9 , B = 18	A = 10 , B = 24	A = 11 , B = 30	A = 12 , B = 36

$A \geq B$  となるのは,

$(a, b) = (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),$   
 $(2, 1), (2, 2),$   
 $(3, 1),$   
 $(4, 1),$   
 $(5, 1),$   
 $(6, 1)$

$$\therefore \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

★解と係数の関係  $A = a + b$  ,  $B = ab$

☆対称性  $a, b$  を入れ替えても同じ式になるので,  $(1, 5)$  が見つければ  $(5, 1)$  も見つけられる.