

## 反射テスト 場合の数・確率 発想の転換で解く 01

1. 次の問に答えよ。(S級1分, A級2分, B級3分, C級5分)

(1) グループAとグループBがある。6人の人間をどちらかのグループにふり分ける。何通りの分け方があるか。ただし、各グループに最低でも1人はいるように分けること。

(2) 定食屋に6人の客がいる。メニューはA,B,Cの3つがある。客1人がA,B,Cから1つだけ選ぶとする。メニューAを選んだのが2人, Bを選んだ人が2人, Cを選んだ人が2人となる場合の数は何通りか。

2. 次の問に答えよ。(S級1分35秒, A級2分40秒, B級4分, C級6分)

(1) 松と竹の2部屋に8人の人間が泊まることになった。何通りの泊まり方があるか。ただし各部屋に最低でも1人は泊まる。

(2) 使える数字は1から4として、8けたの整数を作る。作ることができる整数のうち、1が2つ、2が2つ、3が2つ、4が2つ使われている整数は何個できるか。

# 反射テスト 場合の数・確率 発想の転換で解く 01 解答解説

1. 次の問に答えよ。(S級1分, A級2分, B級3分, C級5分)

- (1) グループAとグループBがある。6人の人間をどちらかのグループにふり分ける。何通りの分け方があるか。ただし、各グループに最低でも1人はいるように分けること。

素直に考えてみよう。

A	B	場合の数
1人	5人	${}_6C_1 = 6$ 通り
2人	4人	${}_6C_2 = 15$ 通り
3人	3人	${}_6C_3 = 20$ 通り
4人	2人	${}_6C_4 = 15$ 通り
5人	1人	${}_6C_5 = 6$ 通り

$$\Rightarrow 6 + 15 + 20 + 15 + 6 = 62 \text{ 通り}$$

★逆を考える。

上の考え方は、A,Bを固定して、人を動かして考えている。

発想の転換をしよう。逆に考えて、人を固定する。人に、1,2,3,...,6と番号をつける。

1は、AかBのどちらか2通り、2もAかBの2通り、...。みなそれぞれAかBの2通りだから、 $2^6 = 64$ 通り

ここには、全員A、全員Bの2通りも含まれているから、問題文の条件にあうのは、 $64 - 2 = 62$ 通り

- (2) 定食屋に6人の客がいる。メニューはA,B,Cの3つがある。客1人がA,B,Cから1つだけ選ぶとする。メニューAを選んだのが2人、Bを選んだ人が2人、Cを選んだ人が2人となる場合の数は何通りか。

素直に考えてみよう。人に背番号をうつ。

1	2	3	4	5	6
A	A	B	B	C	C
A	A	B	C	B	C
A	A	B	C	C	B
A	A	C	B	B	C
A	A	C	B	C	B
A	A	C	C	B	B
A	B	A	B	C	C
...	...	...	...	...	...

こう考えると時間がかかる。

★逆を考える。

上の考え方は、人を固定して、A,B,Cを動かして考えている。人それぞれがA,B,Cを選ぶのだから、自然な考え方が、発想の転換をしよう。逆に考えて、A,B,Cを固定し、人を動かす。

A	A	B	B	C	C
6人から2人を選ぶ		残り4人から2人を選ぶ		残り2人から2人を選ぶ	
${}_6C_2$	×	${}_4C_2$	×	${}_2C_2$	
15	×	6	×	1	= 90通り

別解

★ 同じものを含む順列 の方法を用いると、最後の計算は、

$$\frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = 90 \text{ 通り}$$

2. 次の問に答えよ。(S級1分35秒, A級2分40秒, B級4分, C級6分)

- (1) 松と竹の2部屋に8人の人間が泊まることになった. 何通りの泊まり方があるか. ただし各部屋に最低でも1人は泊まる.

素直に考えてみよう.

松	竹	場合の数
1人	7人	${}^7C_1 = 7$ 通り
2人	6人	${}^7C_2 = 21$ 通り
...	...	...

こう考えると時間がかかる.

★逆を考える.

発想の転換をしよう. 逆に考えて, 人を固定する. 人に, 1,2,3,...,8 と番号をつける.

1は, 松か竹のどちらか2通り, 2も松か竹の2通り, ... . みなそれぞれ松か竹の2通りだから,  
 $2^8 = 256$ 通り

ここには, 全員松, 全員竹の2通りも含まれているから, 問題文の条件にあうのは,  $256 - 2 = 254$ 通り

- (2) 使える数字は1から4として, 8けたの整数を作る. 作ることができる整数のうち, 1が2つ, 2が2つ, 3が2つ, 4が2つ使われている整数は何個できるか.

素直に考えてみよう.

1	1	2	2	3	3	4	4
1	1	2	2	3	4	3	4
1	1	2	2	3	4	4	3
1	1	2	2	4	3	3	4
1	1	2	2	4	3	4	3
...	...	...	...	...	...	...	...

こう考えると時間がかかる.

★逆を考える.

上の考え方は, 整数の個数を考えるときに自然な方法である. 小さい順に考えて, 全て書いていけばいつかできるだろう.

しかし, 時間がかかる. 上の方法は, ケタを固定して, 1~4を動かしている. 発想の転換をしよう. 逆に考えて, 1~4を固定して, ケタを動かす. 桁は上1ケタ, 上2ケタ, ..., 上8ケタ と考えよう.

1 1	2 2	3 3	4 4
1をおくケタを 8ケタから2つ選ぶ	2をおくケタ 残り4ケタから2つ選ぶ	3をおくケタを 残り4ケタから2つ選ぶ	4をおくケタを 残り2ケタから2つ選ぶ

$$\begin{array}{cccccccc}
 {}_8C_2 & \times & {}_6C_2 & \times & {}_4C_2 & \times & {}_2C_2 & \\
 28 & \times & 15 & \times & 6 & \times & 1 & = 2520 \text{通り}
 \end{array}$$

別解

★ 同じものを含む順列 の方法を用いると, 最後の計算は,

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = 2520 \text{通り}$$