反射テスト　場合の数・確率　くじ引き　03

1.　袋の中に，赤玉 1 個，青玉 3 個，黄玉 5 個がある．玉を引く確率はどれも等しいものとして，次の確率を答えよ．

(S 級 1 分 40 秒，A 級 3 分，B 級 5 分，C 級 7 分)

(1)　同時に 2 個引いて，青 1 個，黄 1 個である確率．

(2)　同時に 3 個引いて，黄が 1 個もない確率．

(3)　同時に 3 個引いて，少なくとも赤か青が 1 個以上ある確率．

2. 袋の中に，赤玉 2 個，青玉 3 個，黄玉 5 個がある．玉を引く確率はどれも等しいものとして，次の確率を答えよ．

(S 級 1 分 40 秒，A 級 3 分，B 級 5 分，C 級 7 分)

(1) 同時に 2 個引いて，赤 1 個，青 1 個である確率.

(2) 同時に 3 個引いて，青が 1 個もない確率.

(3) 同時に 3 個引いて，少なくとも赤か青が 1 個以上ある確率.

反射テスト　場合の数・確率　くじ引き　03　解答解説

1.　袋の中に，赤玉 1 個，青玉 3 個，黄玉 5 個がある．玉を引く確率はどれも等しいものとして，次の確率を答えよ．

（ S 級 1 分 40 秒，A 級 3 分，B 級 5 分，C 級 7 分 ）

（1）　同時に 2 個引いて，青 1 個，黄 1 個である確率．

$$\frac{{}_3\mathrm{C}_1 \times {}_5\mathrm{C}_1}{{}_9\mathrm{C}_2} = \frac{3 \times 5}{36} = \mathbf{\frac{5}{12}}$$

☆別解　同時といっても，左手で引いた方を 1 番目，右手で引いた方を 2 番目などとして，順番付けは可能．
つまり，「くじ引き 01・02」と同様に求めることができる．

$$\left.\begin{array}{ll} \text{青・黄の順に引くなら，} & \dfrac{3}{9} \times \dfrac{5}{8} = \dfrac{5}{24} \\ \text{黄・青の順に引くなら，} & \dfrac{5}{9} \times \dfrac{3}{8} = \dfrac{5}{24} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \frac{5}{24} + \frac{5}{24} = \mathbf{\frac{5}{12}}$$

（2）　同時に 3 個引いて，黄が 1 個もない確率．

赤と青は合計　$1 + 3 = 4$ 個　だから，
この 4 個から 3 個選ぶ場合の数が分子になる．

$$\frac{{}_4\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3} = \frac{4}{84} = \mathbf{\frac{1}{21}}$$

☆別解 1

$$\begin{array}{ccccccccccc} & \text{赤 3} & & \text{赤 2 青 1} & & \text{赤 1 青 2} & & \text{青 3} & & & \\ & \dfrac{0}{{}_9\mathrm{C}_3} & + & \dfrac{0}{{}_9\mathrm{C}_3} & + & \dfrac{{}_1\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_2}{{}_9\mathrm{C}_3} & + & \dfrac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3} & & & \\ = & \dfrac{0}{84} & + & \dfrac{0}{84} & + & \dfrac{3}{84} & + & \dfrac{1}{84} & = & \dfrac{4}{84} = \mathbf{\dfrac{1}{21}} \end{array}$$

☆別解 2　順番付けをして，

$$\begin{array}{ccccccc} \text{1 回目} & & \text{2 回目} & & \text{3 回目} & & \\ \text{赤か青} & & \text{赤か青} & & \text{赤か青} & & \\ \dfrac{4}{9} & \times & \dfrac{3}{8} & \times & \dfrac{2}{7} & = & \mathbf{\dfrac{1}{21}} \end{array}$$

（3）　同時に 3 個引いて，少なくとも赤か青が 1 個以上ある確率．

★「少なくとも」⇒ 余事象
問題の事象の反対を考えると，「赤も青も 1 個もない」場合である．
これは「3 個とも黄色である」場合に等しいから，

$$1 - (\text{3 個とも黄色の確率}) = 1 - \frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3} = 1 - \frac{10}{84} = \mathbf{\frac{37}{42}}$$

2. 袋の中に，赤玉 2 個，青玉 3 個，黄玉 5 個がある．玉を引く確率はどれも等しいものとして，次の確率を答えよ．

(S 級 1 分 40 秒，A 級 3 分，B 級 5 分，C 級 7 分)

(1) 同時に 2 個引いて，赤 1 個，青 1 個である確率．

$$\frac{{}_2\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_1}{{}_{10}\mathrm{C}_2} = \frac{2 \times 3}{45} = \mathbf{\frac{2}{15}}$$

☆別解　同時といっても，左手で引いた方を 1 番目，右手で引いた方を 2 番目などとして，順番付けは可能．
つまり，「くじ引き 01・02」と同様に求めることができる．

$$\left.\begin{array}{ll} \text{赤・青の順に引くなら，} & \dfrac{2}{10} \times \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{15} \\ \text{青・赤の順に引くなら，} & \dfrac{3}{10} \times \dfrac{2}{9} = \dfrac{1}{15} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \frac{1}{15} + \frac{1}{15} = \mathbf{\frac{2}{15}}$$

(2) 同時に 3 個引いて，青が 1 個もない確率．

赤と黄は合計　$2 + 5 = 7$ 個　だから，
この 7 個から 3 個選ぶ場合の数が分子になる．

$$\frac{{}_7\mathrm{C}_3}{{}_{10}\mathrm{C}_3} = \frac{35}{120} = \mathbf{\frac{7}{24}}$$

☆別解 1

$$\begin{array}{ccccccccccc} & \text{赤 3} & & \text{赤 2 黄 1} & & \text{赤 1 黄 2} & & \text{黄 3} & & & \\ & \dfrac{0}{{}_{10}\mathrm{C}_3} & + & \dfrac{{}_2\mathrm{C}_2 \times {}_5\mathrm{C}_1}{{}_{10}\mathrm{C}_3} & + & \dfrac{{}_2\mathrm{C}_1 \times {}_5\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_3} & + & \dfrac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_{10}\mathrm{C}_3} & & & \\ = & \dfrac{0}{120} & + & \dfrac{5}{120} & + & \dfrac{20}{120} & + & \dfrac{10}{120} & = & \dfrac{35}{120} & = \mathbf{\dfrac{7}{24}} \end{array}$$

☆別解 2　順番付けをして，

$$\begin{array}{ccccccc} \text{1 回目} & & \text{2 回目} & & \text{3 回目} & & \\ \text{赤か黄} & & \text{赤か黄} & & \text{赤か黄} & & \\ \dfrac{7}{10} & \times & \dfrac{6}{9} & \times & \dfrac{5}{8} & = & \mathbf{\dfrac{7}{24}} \end{array}$$

(3) 同時に 3 個引いて，少なくとも赤か青が 1 個以上ある確率．

★「少なくとも」⇒ 余事象
問題の事象の反対を考えると，「赤も青も 1 個もない」場合である．
これは「3 個とも黄色である」場合に等しいから，

$$1 - (\text{3 個とも黄色の確率}) = 1 - \frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_{10}\mathrm{C}_3} = 1 - \frac{10}{120} = \mathbf{\frac{11}{12}}$$