

反射テスト 場合の数・確率 くじ引き 02

1. くじが何本が入っている袋がある. 引いたくじは袋に戻さない. どのくじを引く確率も等しい場合, 次の確率を答えよ.
(S 級 1 分 30 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 7 分)
- (1) 袋の中に当たりくじ 2 本, 外れくじ 4 本がある.
2 本引いて, 当たり 1 本, 外れ 1 本である確率.
ただし, 引く順番は問わない.
- (2) 袋の中に当たりくじ 2 本, 外れくじ 4 本がある.
ここから 2 本引いて, 少なくとも 1 本は当たりが出る確率.
ただし, 引く順番は問わない.
- (3) 袋の中に, 1 等 1 本, 2 等 3 本, 外れ 6 本.
3 本引いて, 1 等・2 等・外れがそれぞれ 1 本ずつの確率.
ただし, 引く順番は問わない.

2. くじが何本が入っている袋がある. 引いたくじは袋に戻さない. どのくじを引く確率も等しい場合, 次の確率を答えよ.
(S 級 1 分 30 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 7 分)

(1) 袋の中に当たりくじ 3 本, 外れくじ 6 本がある.
2 本引いて, 当たり 1 本, 外れ 1 本である確率.
ただし, 引く順番は問わない.

(2) 袋の中に当たりくじ 3 本, 外れくじ 5 本がある.
ここから 2 本引いて, 少なくとも 1 本は当たりが出る確率.
ただし, 引く順番は問わない.

(3) 袋の中に, 1 等 2 本, 2 等 5 本, 外れ 3 本.
3 本引いて, 1 等・2 等・外れがそれぞれ 1 本ずつの確率.
ただし, 引く順番は問わない.

反射テスト 場合の数・確率 くじ引き 02 解答解説

1. くじが何本が入っている袋がある. 引いたくじは袋に戻さない. どのくじを引く確率も等しい場合, 次の確率を答えよ.
(S 級 1 分 30 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 7 分)

- (1) 袋の中に当たりくじ 2 本, 外れくじ 4 本がある.
2 本引いて, 当たり 1 本, 外れ 1 本である確率.
ただし, 引く順番は問わない.

★ 同時・連続は積の法則.

$$\begin{array}{cc} 1 \text{ 回目} & 2 \text{ 回目} \\ \text{当たり} & \text{外れ} \\ \frac{2}{6} & \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \text{外れ} & \text{当たり} \\ \frac{4}{6} & \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15} \end{array}$$

★ 場合分けは和の法則.

$$\frac{4}{15} + \frac{4}{15} = \frac{8}{15}$$

☆別解

$$\frac{(\text{当たり 2 本から 1 つ選ぶ}) \times (\text{外れ 4 本から 1 つ選ぶ})}{(\text{全部で 6 本から 2 本選ぶ})} \\ = \frac{{}_2C_1 \times {}_4C_1}{{}_6C_2} = \frac{2 \times 4}{15} = \frac{8}{15}$$

数が大きくなるとこの方法の方が早いので,
S 級を狙うならマスターすべし.

- (2) 袋の中に当たりくじ 2 本, 外れくじ 4 本がある.
ここから 2 本引いて, 少なくとも 1 本は当たりが出る確率.
ただし, 引く順番は問わない.

★ 否定形・「少なくとも」は余事象.

「当たり・当たり」, 「当たり・外れ」, 「外れ・当たり」
を求めて, 全て足してもよいが, 余事象 を考えると,
「外れ・外れ」以外を考えればよい.

$$\begin{aligned} & \text{少なくとも当たりが 1 本出る確率} \\ & = 1 - (\text{当たりが出ない確率}) \\ & = 1 - (\text{外れ・外れの確率}) \end{aligned}$$

★ 同時・連続は積の法則.

$$\begin{array}{cc} 1 \text{ 回目} & 2 \text{ 回目} \\ \text{外れ} & \text{外れ} \\ \frac{4}{6} & \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \\ \therefore 1 - \frac{2}{5} & = \frac{3}{5} \end{array}$$

☆別解

$$\left. \begin{array}{l} \text{当当} \dots \frac{{}_2C_2}{{}_6C_2} = \frac{1}{15} \\ \text{当外} \dots \frac{{}_2C_1 \times {}_4C_1}{{}_6C_2} = \frac{8}{15} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \star \text{ 場合分けは和の法則} \\ \therefore \frac{1}{15} + \frac{8}{15} = \frac{3}{5} \end{array}$$

☆別解もおさえておけば, 見直しにも利用できる.

- (3) 袋の中に, 1 等 1 本, 2 等 3 本, 外れ 6 本.
3 本引いて, 1 等・2 等・外れがそれぞれ 1 本ずつの確率.
ただし, 引く順番は問わない.

1 等・2 等・外れの順に引くなら,

$$\frac{1}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{6}{8}$$

順番の並べかえが $3 \times 2 \times 1 = 6$ 通りあるから,

$$\frac{1}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{6}{8} \times 6 = \frac{3}{20}$$

☆別解 (1) 別解の応用

$$\frac{{}_1C_1 \times {}_3C_1 \times {}_6C_1}{{}_{10}C_3} = \frac{3}{20}$$

2. くじが何本が入っている袋がある. 引いたくじは袋に戻さない. どのくじを引く確率も等しい場合, 次の確率を答えよ.
(S級1分30秒, A級3分, B級5分, C級7分)

(1) 袋の中に当たりくじ3本, 外れくじ6本がある.
2本引いて, 当たり1本, 外れ1本である確率.
ただし, 引く順番は問わない.

★ 同時・連続は積の法則.

$$\begin{array}{cc} 1 \text{ 回目} & 2 \text{ 回目} \\ \text{当たり} & \text{外れ} \\ \frac{3}{9} & \times \frac{6}{8} = \frac{1}{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \text{外れ} & \text{当たり} \\ \frac{6}{9} & \times \frac{3}{8} = \frac{1}{4} \end{array}$$

★ 場合分けは和の法則.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

☆別解

$$\frac{(\text{当たり3本から1つ選ぶ}) \times (\text{外れ6本から1つ選ぶ})}{(\text{全部で9本から2本選ぶ})} \\ = \frac{{}_3C_1 \times {}_6C_1}{{}_9C_2} = \frac{3 \times 6}{36} = \frac{1}{2}$$

数が大きくなるとこの方法の方が早いので,
S級を狙うならマスターすべし.

(2) 袋の中に当たりくじ3本, 外れくじ5本がある.
ここから2本引いて, 少なくとも1本は当たりが出る確率.
ただし, 引く順番は問わない.

★ 否定形・「少なくとも」は余事象.

「当たり・当たり」, 「当たり・外れ」, 「外れ・当たり」
を求めて, 全て足してもよいが, 余事象を考えると,
「外れ・外れ」以外を考えればよい.

$$\begin{aligned} & \text{少なくとも当たりが1本出る確率} \\ & = 1 - (\text{当たりが出ない確率}) \\ & = 1 - (\text{外れ・外れの確率}) \end{aligned}$$

★ 同時・連続は積の法則.

$$\begin{array}{cc} 1 \text{ 回目} & 2 \text{ 回目} \\ \text{外れ} & \text{外れ} \\ \frac{5}{8} & \times \frac{4}{7} = \frac{5}{14} \end{array}$$

$$\therefore 1 - \frac{5}{14} = \frac{9}{14}$$

☆別解

$$\left. \begin{array}{l} \text{当当} \dots \frac{{}_3C_2}{{}_8C_2} = \frac{3}{28} \\ \text{当外} \dots \frac{{}_3C_1 \times {}_5C_1}{{}_8C_2} = \frac{15}{28} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{★ 場合分けは和の法則} \\ \therefore \frac{3}{28} + \frac{15}{28} = \frac{9}{14} \end{array}$$

☆別解もおさえておけば, 見直しにも利用できる.

(3) 袋の中に, 1等2本, 2等5本, 外れ3本.
3本引いて, 1等・2等・外れがそれぞれ1本ずつの確率.
ただし, 引く順番は問わない.

1等・2等・外れの順に引くなら,

$$\frac{2}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{3}{8}$$

順番の並べかえが $3 \times 2 \times 1 = 6$ 通りあるから,

$$\frac{2}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{3}{8} \times 6 = \frac{1}{4}$$

☆別解 (1) 別解の応用

$$\frac{{}_2C_1 \times {}_5C_1 \times {}_3C_1}{{}_{10}C_3} = \frac{1}{4}$$