

反射テスト 場合の数・確率 サイコロ3個 03

1. 大中小3個のさいころを同時に投げたとき、出る目をそれぞれ a, b, c とする。 $a < b < c$ である目の出方は何通りあるか。
(S級 20秒, A級 2分, B級 3分20秒, C級 5分)

2. 大中小3個のさいころを同時に投げたとき、出る目をそれぞれ a, b, c とする. $a \leq b \leq c$ である目の出方は何通りあるか.
(S 級 25 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

反射テスト 場合の数・確率 サイコロ3個 03 解答解説

1. 大中小3個のさいころを同時に投げたとき、出る目をそれぞれ a, b, c とする。 $a < b < c$ である目の出方は何通りあるか。
(S級20秒, A級2分, B級3分20秒, C級5分)

123 124 125 126
134 135 136
145 146
156 $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ 通り

234 235 236
245 246
256 $3 + 2 + 1 = 6$ 通り

345 346
356 $2 + 1 = 3$ 通り

456 1通り

$10 + 6 + 3 + 1 = 20$ 通り

☆組合せの樹形図

$4 + 3 + 2 + 1 = 10$ のような和がでてくるのは「組合せ $({}_nC_r)$ 」の計算である。

この場合、6個の異なるものから、3個取る組合せと同様になるため、 ${}_6C_3 = 20$ 。

樹形図を書いていくと、組合せで考える数が並ぶのでそう類推できる。

以下のような対応関係を考えてもいいだろう。

○ < ○ < ○ < ○ ○ ○ $1 < 2 < 3$

○ < ○ < ○ ○ < ○ ○ $1 < 2 < 4$

○ < ○ < ○ ○ ○ < ○ $1 < 2 < 5$

○ < ○ < ○ ○ ○ ○ < $1 < 2 < 6$

...

「<」をおける場所が「○」の直後の6個。そこから「<」をおく場所3個選ぶと考える。

2. 大中小3個のさいころを同時に投げたとき、出る目をそれぞれ a, b, c とする. $a \leq b \leq c$ である目の出方は何通りあるか.
(S 級 25 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

111	112	113	114	115	116	
	122	123	124	125	126	
		133	134	135	136	
			144	145	146	
				155	156	
					166	$6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$ 通り

222	223	224	225	226	
	233	234	235	236	
		244	245	246	
			255	256	
				266	$5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ 通り

333	334	335	336	
	344	345	346	
		355	356	
			366	$4 + 3 + 2 + 1 = 10$ 通り

444	445	446	
	455	456	
		466	$3 + 2 + 1 = 6$ 通り

555	556	
	566	$2 + 1 = 3$ 通り

666	1 通り
-----	------

$$21 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1 = 56 \text{ 通り}$$

☆組合せの樹形図

もちろんこれも「組合せ $({}_nC_r)$ 」の計算であるが、考え方が難しい。

この場合、以下のような対応関係を考えることが可能。

○ ||| ○○○○ 1 ≤ 1 ≤ 1

○ || ○ | ○○○○ 1 ≤ 1 ≤ 2

...

○ || ○○○○ | 1 ≤ 1 ≤ 6

○ | ○ || ○○○○ 1 ≤ 2 ≤ 2

...

最初の「○」を抜かして「|」と「○」を置ける場所が8個。その中から「|」を置く場所3個を選ぶから、 ${}_8C_3 = 56$ 。

そう考えるとハッと気づくことがある。これは6個の数から重複を許して3個選ぶ場合の樹形図と同じである。

つまり、 ${}_6H_3 = {}_{6+3-1}C_3 = {}_8C_3 = 56$. ←★重複組合せ