反射テスト　場合の数　グループ分け　01

1.　次の場合の数を求めよ.（ S 級 12 秒, A 級 20 秒, B 級 40 秒, C 級 1 分 ）

(1)　2 人の人間を A 組 1 人と B 組 1 人に分ける.

(2)　2 人の人間を 1 人, 1 人に分ける.

(3)　3 人の人間を A 組 1 人, B 組 1 人, C 組 1 人に分ける.

(4)　3 人の人間を 1 人, 1 人, 1 人に分ける.

2.　次の場合の数を求めよ.（ S 級 45 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 ）

(1)　6 人の人間を 2 人, 4 人に分ける.

(2)　6 人の人間を 3 人, 3 人に分ける.

(3)　6 人の人間を 1 人, 2 人, 3 人に分ける.

(4)　6 人の人間を 2 人, 2 人, 2 人に分ける.

3. 次の場合の数を求めよ.（ S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分 ）

(1) 4 人の人間を A 組 2 人と B 組 2 人に分ける.

(2) 4 人の人間を 2 人, 2 人に分ける.

(3) 8 人の人間を A 組 3 人, B 組 5 人に分ける.

(4) 8 人の人間を 3 人, 5 人に分ける.

(5) 8 人の人間を A 組 4 人, B 組 4 人に分ける.

(6) 8 人の人間を 4 人, 4 人に分ける場合.

(7) 8 人の人間を 2 人, 2 人, 4 人に分ける場合.

(8) 9 人の人間を 3 人, 3 人, 3 人に分ける場合.

反射テスト　場合の数　グループ分け　01　解答解説

1.　次の場合の数を求めよ.（ S 級 12 秒, A 級 20 秒, B 級 40 秒, C 級 1 分 ）

(1)　2 人の人間を A 組 1 人と B 組 1 人に分ける.

最初に A を考える.
　2 人から 1 人を選ぶから　${}_2\mathrm{C}_1$
次に B を考えると,
　残り 1 人から 1 人を選ぶから　${}_1\mathrm{C}_1$
同時性は積の法則
　${}_2\mathrm{C}_1 \times {}_1\mathrm{C}_1 = 2 \times 1 = 2$
　　$\Rightarrow$　　**2 通り**

(2)　2 人の人間を 1 人, 1 人に分ける.

☆直感で 1 通りである. 理屈を考えよう.
1(1) で分けたグループには名前がつけてある.
グループ名を考えないと, 2 つのグループを並べる場合の数, すなわち 2 つの異なるものの順列
　${}_2\mathrm{P}_2 = 2! = 2$　$\Rightarrow$　2 通りの並べ替えが可能で, これらは (2) では同じ分け方になる.
よって, $\dfrac{(1)\text{ の場合の数}}{{}_2\mathrm{P}_2} = \dfrac{2}{2!} = 1$
　　$\Rightarrow$　　**1 通り**

(3)　3 人の人間を A 組 1 人, B 組 1 人, C 組 1 人に分ける.

最初に A を考える.
　3 人から 1 人を選ぶから　${}_3\mathrm{C}_1$
次に B を考えると,
　残り 2 人から 1 人を選ぶから　${}_2\mathrm{C}_1$
次に C を考えると,
　残り 1 人から 1 人を選ぶから　${}_1\mathrm{C}_1$
同時性は積の法則
　${}_3\mathrm{C}_1 \times {}_2\mathrm{C}_1 \times {}_1\mathrm{C}_1 = 3 \times 2 \times 1 = 6$
　　$\Rightarrow$　　**6 通り**

(4)　3 人の人間を 1 人, 1 人, 1 人に分ける.

☆これも直感で 1 通りである.
1(2) の考え方を応用すれば,
$\dfrac{(3)\text{ の答え}}{(3)\text{ で考えた 3 つのグループの順列}}$
$= \dfrac{6}{{}_3\mathrm{P}_3} = \dfrac{6}{3!} = \dfrac{6}{6} = 1$
　　$\Rightarrow$　　**1 通り**

★数学の理想「1, 2, 3 で考える⇒抽象化」
1(1)〜(4) のようにまず簡単で **具体的な** 事象を考える. これを n 人の場合について一般化することが **抽象化** であり, 数学の理想の 1 つでもある.

2.　次の場合の数を求めよ.（ S 級 45 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 ）

(1)　6 人の人間を 2 人, 4 人に分ける.

2 人と 4 人のグループは入れ替え不可能であるから,
　${}_6\mathrm{C}_2 \times {}_4\mathrm{C}_4 = 15$
　　$\Rightarrow$　　**15 通り**

(2)　6 人の人間を 3 人, 3 人に分ける.

3 人と 3 人のグループは入れ替え可能であるから,
2 つのグループの順列 ${}_2\mathrm{P}_2$ 通りの重複が生じる.
　$\dfrac{{}_6\mathrm{C}_3 \times {}_3\mathrm{C}_3}{{}_2\mathrm{P}_2} = \dfrac{20}{2} = 10$
　　$\Rightarrow$　　**10 通り**

(3)　6 人の人間を 1 人, 2 人, 3 人に分ける.

1 人, 2 人, 3 人のグループは入れ替え不可能であるから,
　${}_6\mathrm{C}_1 \times {}_5\mathrm{C}_2 \times {}_3\mathrm{C}_3$
$= 6 \times 10 \times 1 = 60$
　　$\Rightarrow$　　**60 通り**

(4)　6 人の人間を 2 人, 2 人, 2 人に分ける.

2 人, 2 人, 2 人のグループは入れ替え可能であるから,
2 つのグループの順列 ${}_3\mathrm{P}_3$ 通りの重複が生じる.
　$\dfrac{{}_6\mathrm{C}_2 \times {}_4\mathrm{C}_2 \times {}_2\mathrm{C}_2}{{}_3\mathrm{P}_3} = \dfrac{15 \times 6 \times 1}{6} = 15$
　　$\Rightarrow$　　**15 通り**

3.　次の場合の数を求めよ.（ S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分 ）

(1)　4 人の人間を A 組 2 人と組 $B2$ 人に分ける.

最初に A を考える.
　4 人から 2 人を選ぶから　${}_4\mathrm{C}_2$
次に B を考えると,
　残り 2 人から 2 人を選ぶから　${}_2\mathrm{C}_2$
同時性は積の法則
　${}_4\mathrm{C}_2 \times {}_2\mathrm{C}_2 = 6 \times 1 = 6$
　　$\Rightarrow$　　**6 通り**

(2)　4 人の人間を 2 人, 2 人に分ける.

2 人と 2 人のグループは入れ替え可能であるから,
2 つのグループの順列 ${}_2\mathrm{P}_2$ 通りの重複が生じる.

$$\frac{{}_4\mathrm{C}_2 \times {}_2\mathrm{C}_2}{{}_2\mathrm{P}_2} = \frac{6}{2} = 3$$

　$\Rightarrow$　　**3 通り**

(3)　8 人の人間を A 組 3 人, B 組 5 人に分ける.

最初に A を考える.
　8 人から 3 人を選ぶから　${}_8\mathrm{C}_3$
次に B を考えると,
　残り 5 人から 5 人を選ぶから　${}_5\mathrm{C}_5$
同時性は積の法則
　${}_8\mathrm{C}_3 \times {}_5\mathrm{C}_5 = 56 \times 1 = 56$
　　$\Rightarrow$　　**56 通り**

(4)　8 人の人間を 3 人, 5 人に分ける.

3 人と 5 人のグループは入れ替え不可能であるから,
　${}_8\mathrm{C}_3 \times {}_5\mathrm{C}_5$
3(3) と同じで　**56 通り**

(5)　8 人の人間を A 組 4 人, B 組 4 人に分ける.

　${}_8\mathrm{C}_4 \times {}_4\mathrm{C}_4 = 70$
　　$\Rightarrow$　　**70 通り**

(6)　8 人の人間を 4 人, 4 人に分ける場合.

$$\frac{{}_8\mathrm{C}_4 \times {}_4\mathrm{C}_4}{{}_2\mathrm{P}_2} = 35$$

　$\Rightarrow$　　**35 通り**

(7)　8 人の人間を 2 人, 2 人, 4 人に分ける場合.

2 人と 2 人のグループは入れ替え可能であるから,
2 つのグループの順列 ${}_2\mathrm{P}_2$ 通りの重複が生じる.

$$\frac{{}_8\mathrm{C}_2 \times {}_6\mathrm{C}_2 \times {}_4\mathrm{C}_4}{{}_2\mathrm{P}_2} = \frac{28 \times 15 \times 1}{2} = 210$$

　$\Rightarrow$　　**210 通り**

(8)　9 人の人間を 3 人, 3 人, 3 人に分ける場合.

3 人, 3 人, 3 人のグループは入れ替え可能であるから,
3 つのグループの順列 ${}_3\mathrm{P}_3$ 通りの重複が生じる.

$$\frac{{}_9\mathrm{C}_3 \times {}_6\mathrm{C}_3 \times {}_3\mathrm{C}_3}{{}_3\mathrm{P}_3} = \frac{84 \times 20 \times 1}{6} = 280$$

　$\Rightarrow$　　**280 通り**