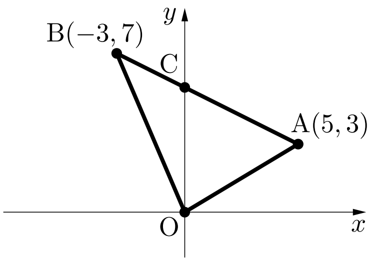
反射テスト　1次関数　面積二等分線　三角形　01

1.　次の問に答えよ.（ S 級 1 分 40 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分, C 級 5 分 ）

(1)　点 O を通って $\triangle$OAB を二等分する直線の方程式を求めよ.

(2)　線分 AB の方程式を求めよ.

(3)　点 C を通って $\triangle$OAB を二等分する直線の方程式を求めよ.

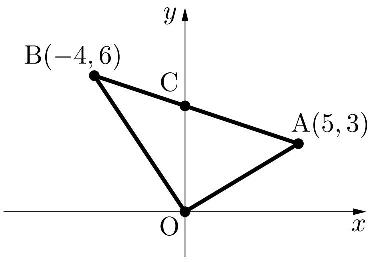


2. 次の問に答えよ.（ S 級 1 分 45 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 3 分 50 秒, C 級 6 分 ）

(1) 点 O を通って △OAB を二等分する直線の方程式を求めよ.

(2) 線分 AB の方程式を求めよ.

(3) 点 C を通って △OAB を二等分する直線の方程式を求めよ.



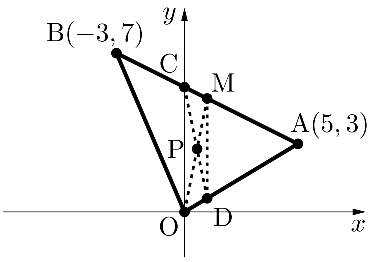
反射テスト　1次関数　面積二等分線　三角形　01　解答解説

1.　次の問に答えよ.（ S 級 1 分 40 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分, C 級 5 分 ）

(1)　点 O を通って △OAB を二等分する直線の方程式を求めよ.

(2)　線分 AB の方程式を求めよ.

(3)　点 C を通って △OAB を二等分する直線の方程式を求めよ.



(1)　線分 AB の中点を M として直線 OM の方程式を求めればよい.

★ 中点の座標は平均

$\mathrm{M}\text{ の }x = \dfrac{\mathrm{A}\text{ の }x + \mathrm{B}\text{ の }x}{2} = \dfrac{5+(-3)}{2} = 1$　　$\mathrm{M}\text{ の }y = \dfrac{\mathrm{A}\text{ の }y + \mathrm{B}\text{ の }y}{2} = \dfrac{3+7}{2} = 5$

OM の直線を $y = ax$ とおくと（切片は 0）,　M (1, 5)　⇒　$5 = 1a$　より $a = 5$　　∴　$\boldsymbol{y = 5x}$　**…答え**

(2)　$y = ax + b$ とおき点 A, B の座標を代入して　$7 = -3a + b$　かつ　$3 = 5a + b$

解いて　$a = -\dfrac{1}{2}$　かつ　$b = \dfrac{11}{2}$　∴　$\boldsymbol{y = -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{11}{2}}$　　$\boldsymbol{(-3 \leqq x \leqq 5)}$　**…答え**

☆定義域… ( ) 内　問題文に「**線分**」とあるので範囲指定 (定義域) が必ず必要です.

(3)　**★ 等積変形（蝶々の形）**　詳細は「幾何学」の「面積・面積比に関する問題」の「等積変形 01」など参照.

点 C の座標は直線 AB の方程式からわかる. 切片から C$\left(0, \dfrac{11}{2}\right)$

平行線による等積移動を用いよう.

△OAB の面積の半分である △OAM と △ACD は等しいから, △PMC = △POD

ここから, MD // CO より, D の x 座標が M と等しい 1 とわかる.

直線 OA の方程式は $y = \dfrac{3}{5}x$ だから, D の y 座標は $\dfrac{3}{5} \times 1 = \dfrac{3}{5}$

直線 CD の方程式は点 C の座標から $y = cx + \dfrac{11}{2}$ とおけるので D$\left(1, \dfrac{3}{5}\right)$ を代入して傾き c を求めれば,

$\boldsymbol{y = -\dfrac{49}{10}x + \dfrac{11}{2}}$　**…答え**

☆別解

AC : CB = 5 : 3 であるから **★ 三角形の面積 2 等分の公式** より, AD : DO = (5 + 3) : (5 − 3) = 4 : 1

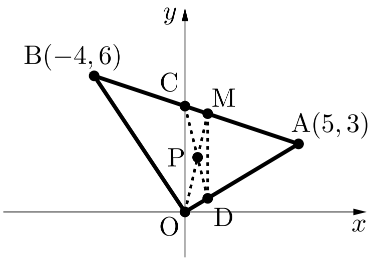
よって, ★内分点公式から D$\left(\dfrac{1\times5+4\times0}{4+1}, \dfrac{1\times3+4\times0}{4+1}\right) = $ D$\left(1, \dfrac{3}{5}\right)$

2. 次の問に答えよ.（ S 級 1 分 45 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 3 分 50 秒, C 級 6 分 ）

(1) 点 O を通って △OAB を二等分する直線の方程式を求めよ.

(2) 線分 AB の方程式を求めよ.

(3) 点 C を通って △OAB を二等分する直線の方程式を求めよ.



(1) 線分 AB の中点を M として直線 OM の方程式を求めればよい.

★ 中点の座標は平均

$\mathrm{M}\text{の}\ x = \dfrac{\mathrm{A}\text{の}\ x + \mathrm{B}\text{の}\ x}{2} = \dfrac{5+(-4)}{2} = \dfrac{1}{2}$ $\mathrm{M}\text{の}\ y = \dfrac{\mathrm{A}\text{の}\ y + \mathrm{B}\text{の}\ y}{2} = \dfrac{3+6}{2} = \dfrac{9}{2}$

OM の直線を $y = ax$ とおくと（切片は 0）, $\mathrm{M}\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{9}{2}\right) \Rightarrow \dfrac{9}{2} = \dfrac{1}{2}a$ より $a = 9$ $\therefore$ $\boldsymbol{y = 9x}$ **…答え**

(2) $y = ax + b$ とおき点 A, B の座標を代入して $6 = -4a + b$ かつ $3 = 5a + b$

解いて $a = -\dfrac{1}{3}$ かつ $b = \dfrac{14}{3}$ $\therefore$ $\boldsymbol{y = -\dfrac{1}{3}x + \dfrac{14}{3}}$ $\boldsymbol{(\ -4 \leqq x \leqq 5\ )}$ **…答え**

☆定義域…( ) 内 問題文に「**線分**」とあるので範囲指定 (定義域) が必ず必要です.

(3) **★ 等積変形（蝶々の形）** 詳細は「幾何学」の「面積・面積比に関する問題」の「等積変形 01」など参照.

点 C の座標は直線 AB の方程式からわかる. 切片から $\mathrm{C}\left(0, \dfrac{14}{3}\right)$

平行線による等積移動を用いよう.

△OAB の面積の半分である △OAM と △ACD は等しいから, △PMC = △POD

ここから, MD // CO より, D の x 座標が M と等しい $\dfrac{1}{2}$ とわかる.

直線 OA の方程式は $y = \dfrac{3}{5}x$ だから, D の y 座標は $\dfrac{3}{5} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{10}$

直線 CD の方程式は点 C の座標から $y = cx + \dfrac{14}{3}$ とおけるので $\mathrm{D}\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{10}\right)$ を代入して傾き c を求めれば,

$\boldsymbol{y = -\dfrac{131}{15}x + \dfrac{14}{3}}$ **…答え**

☆別解

AC : CB = 5 : 4 であるから **★ 三角形の面積 2 等分の公式** より, AD : DO = (5 + 4) : (5 − 4) = 9 : 1

よって, ★内分点公式から $\mathrm{D}\left(\dfrac{1 \times 5 + 9 \times 0}{9+1}, \dfrac{1 \times 3 + 9 \times 0}{9+1}\right) = \mathrm{D}\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{10}\right)$