

反射テスト 場合の数・確率 整数の個数 02

1. 次の問に答えよ. ただしどの場合も 1 回使った数字はもう使えないものとする. (*S* 級 35 秒, *A* 級 1 分, *B* 級 2 分, *C* 級 3 分)

- (1) 1～6 の 6 つの数字を並べて 3 ケタの整数を作る. (2) 0～6 の 7 つの数字を並べて 3 ケタの整数を作る.
できる整数は何通りあるか. できる整数は何通りあるか.

- (3) 0～6 の 7 つの数字から 3 ケタの偶数を作る場合,
できる整数は何通りあるか.

2. 次の間に答えよ. ただしどの場合も 1 回使った数字はもう使えないものとする.

(S 級 40 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分, C 級 3 分)

(1) 1～7 の 7 つの数字を並べて 3 ケタの整数を作る.
できる整数は何通りあるか.

(2) 0～7 の 8 つの数字を並べて 3 ケタの整数を作る.
できる整数は何通りあるか.

(3) 0～7 の 8 つの数字から 3 ケタの偶数を作る場合,
できる整数は何通りあるか.

反射テスト 場合の数・確率 整数の個数 02 解答解説

1. 次の問に答えよ. ただしどの場合も1回使った数字はもう使えないものとする. (S級35秒, A級1分, B級2分, C級3分)

(1) 1~6の6つの数字を並べて3ケタの整数を作る.
できる整数は何通りあるか.

$${}_6P_3 = 6 \times 5 \times 4 \\ = 120 \text{ 通り}$$

(2) 0~6の7つの数字を並べて3ケタの整数を作る.
できる整数は何通りあるか.

百の位	十の位	一の位
1~6	百の位で1つ使ったので残り5つ あと0も使える	百・十の位で2つ使ったので残り5
6通り	6通り	5通り

$$6 \times 6 \times 5 = 180 \text{ 通り}$$

(3) 0~6の7つの数字から3ケタの偶数を作る場合,
できる整数は何通りあるか.

★条件が厳しいところから考える

百の位 0が使えない. 他の1~6は使える.

十の位 なんでもいい.

一の位 ここが偶数になればよい. 0, 2, 4, 6が使える.

百の位・一の位の条件が厳しいのでどちらからか考えればよい. ここでは一の位から考えて, 0に関しては場合分けする. なんでもいい十の位は最後に考える.

一の位	百の位	十の位
2, 4, 6	0と一の位以外	左の2つ以外
3通り	5通り	5通り

一の位	百の位	十の位
0	0以外	左の2つ以外
1通り	6通り	5通り

★場合分けは和の法則

$$3 \times 5 \times 5 + 1 \times 6 \times 5 = 75 + 30 = 105 \text{ 通り}$$

☆別解 ちなみに百の位から考えて場合分けすると,

百の位	一の位	十の位
1, 3, 5	0, 2, 4, 6	左の2つ以外
3通り	4通り	5通り

百の位	一の位	十の位
2, 4, 6	0と百の位以外	左の2つ以外
3通り	3通り	5通り

$$3 \times 4 \times 5 + 3 \times 3 \times 5 = 105 \text{ 通り}$$

(4) (3)の見直し・別解

★逆を考える

(2)・(3)のあと, 「奇数の場合は何通りあるのか」を考えることはとても数学的な発想である.

奇数については, 一の位から考えると場合分けが必要ない.

一の位	百の位	十の位
1, 3, 5	0と一の位以外	左の2つ以外
3通り	5通り	5通り

$$3 \times 5 \times 5 = 75 \text{ 通り}$$

よって, 偶数の場合と奇数の場合から,

$$105 + 75 = 180 \text{ 通り}$$

これが(2)の答えに等しいので(2)・(3)が確かめられた.

奇数の場合の計算が楽であることを事前に知っていれば,

$$\begin{aligned} \text{偶数の場合} &= (2) \text{ の場合} - \text{奇数の場合} \\ &= 180 - 75 \\ &= 105 \text{ 通り} \end{aligned}$$

というように(3)を導くことも可能である.

こちらの方が場合分けがない分楽であろう.

2. 次の問に答えよ. ただしどの場合も 1 回使った数字はもう使えないものとする.

(S 級 40 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分, C 級 3 分)

(1) 1~7 の 7 つの数字を並べて 3 ケタの整数を作る.
できる整数は何通りあるか.

$$\begin{aligned} {}_7P_3 &= 7 \times 6 \times 5 \\ &= \mathbf{210 \text{ 通り}} \end{aligned}$$

(2) 0~7 の 8 つの数字を並べて 3 ケタの整数を作る.
できる整数は何通りあるか.

百の位	十の位	一の位
1~7	百の位で 1 つ使ったので残り 6 つ あと 0 も使える	百・十の位で 2 つ使ったので残り 6
7 通り	7 通り	6 通り

$$7 \times 7 \times 6 = \mathbf{294 \text{ 通り}}$$

(3) 0~7 の 8 つの数字から 3 ケタの偶数を作る場合,
できる整数は何通りあるか.

★条件が厳しいところから考える

百の位 0 が使えない. 他の 1~7 は使える.

十の位 なんでもいい.

一の位 ここが偶数になればよい. 0, 2, 4, 6 が使える.

百の位・一の位の条件が厳しいのでどちらからか考えればよい. ここでは一の位から考えて, 0 に関しては場合分けする. なんでもいい十の位は最後に考える.

一の位	百の位	十の位
2, 4, 6	0 と一の位以外	左の 2 つ以外
3 通り	6 通り	6 通り

一の位	百の位	十の位
0	0 以外	左の 2 つ以外
1 通り	7 通り	6 通り

★場合分けは和の法則

$$3 \times 6 \times 6 + 1 \times 7 \times 6 = 108 + 42 = \mathbf{150 \text{ 通り}}$$

☆別解 ちなみに百の位から考えて場合分けすると,

百の位	一の位	十の位
1, 3, 5, 7	0, 2, 4, 6	左の 2 つ以外
4 通り	4 通り	6 通り

百の位	一の位	十の位
2, 4, 6	0 と百の位以外	左の 2 つ以外
3 通り	3 通り	6 通り

$$4 \times 4 \times 6 + 3 \times 3 \times 6 = \mathbf{150 \text{ 通り}}$$

(4) (3) の見直し・別解

★逆を考える

(2)・(3) のあと, 「奇数の場合は何通りあるのか」を考えることはとても数学的な発想である.

奇数については, 一の位から考えると場合分けが必要ない.

一の位	百の位	十の位
1, 3, 5, 7	0 と一の位以外	左の 2 つ以外
4 通り	6 通り	6 通り

$$4 \times 6 \times 6 = \mathbf{144 \text{ 通り}}$$

よって, 偶数の場合と奇数の場合から,

$$150 + 144 = 294 \text{ 通り}$$

これが (2) の答えに等しいので (2)・(3) が確かめられた.

奇数の場合の計算が楽であることを事前に知っていれば,

偶数の場合 = (2) の場合 - 奇数の場合

$$= 294 - 144$$

$$= 150 \text{ 通り}$$

というように (3) を導くことも可能である.

こちらの方が場合分けがない分楽であろう.