

規則性 いろいろな数列

いろいろな数列を以下に紹介する。気軽にチャレンジしてほしい。初級、中級、上級、おまけと分かれているが、どれも小学生が解けないこともない。どこから始めてもらってもかまわない。できる問題から解いてほしい。

何気ない数列が数学の発展に寄与した例はたくさんあり、以下の数列の中にはそれらが含まれている。入試問題のテーマとして扱われたものも多数ある。小学生には解説を完全に理解できないかもしれないが、数学の雰囲気を感じることができれば十分だ。中学生、高校生、特に受験で数列を扱う高校生は解説を熟読し理解と応用を目指すこと。数列が苦手な高校生はこういった試行錯誤を通して、数学の楽しさと厳密さを再確認してほしい。

☆知識事項

数列において、前から数えて n 番目の数を第 n 項という。第 n 項を n の式で表すことを一般項を求めるという。以下、小学生にはなじみのない文字式がでてくるが、 $3n - 2 = 3 \times n - 2$ というように数字と文字の間に「 $\times$ 」が省略されている。また $5^2 = 5 \times 5$ であり、 $4^3 = 4 \times 4 \times 4$ である。以上に注意して読んでほしい。

また、中学生、高校生は一般項を自力で求めてほしい。中には一般項を求めることが難しいものや厳密な書き方が無理なものもあるが、ほとんど全てを自力で求めることができれば大学生クラスの数学力といえるかもしれない。

1 初級

1. 次の数列の規則性を考えて、をうめよ。

(1) $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \text{}, 9, 10, \dots$

(2) $1, 3, 5, 7, 9, \text{}, 13, 15, \dots$

(3) $2, 4, 6, 8, 10, \text{}, 14, \dots$

(4) $8, 11, 14, 17, \text{}, 23, \dots$

(5) $1, 2, 4, 7, 11, 16, \text{}, 29, \dots$

(6) $100, 97, 94, 91, 88, \text{}, 82, \dots$

(7) $1, 2, 4, 8, 16, \text{}, 64, \dots$

(8) $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \text{}, 55, \dots$

(9) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \text{}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \dots$

(10) $1, 4, 9, 16, 25, \text{}, 49, \dots$

(11) $1, 2, 6, 24, 120, \text{}, \dots$

(12) $25, 225, 625, 1225, 2025, 3025, \text{}, \dots$

(13) $2, 3, 5, 7, 11, \text{}, 17, \dots$

(14) $8, 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \text{}, \dots$

(15) $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \text{}, \dots$

(16) $2, \frac{7}{4}, \frac{3}{2}, \frac{5}{4}, \text{}, \dots$

(17) $1, 8, 27, 64, 125, \text{}, \dots$

(18) $1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, \text{}, \dots$

(19) $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \text{}, \dots$

(20) $1, 2, 3, 2, 3, 4, 3, 4, 5, \text{}, \dots$

2 中級

2. 次の数列の規則性を考えて、をうめよ.

(1) $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \text{}, \frac{1}{36}, \frac{1}{49}, \dots$

(2) $1, 4, 27, 256, \text{}, \dots$

(3) $3, \frac{17}{6}, \frac{5}{2}, 2, \text{}, \frac{1}{2}, \dots$

(4) $1, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{5}{8}, \frac{3}{5}, \text{}, \dots$

(5) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{5}{32}, \text{}, \dots$

(6) $6, 15, 35, 77, \text{}, \dots$

(7) $1, 2, 2, 3, 2, 4, 2, 4, 3, \text{}, \dots$

(8) $101, 103, 107, 109, 113, \text{}, 131, \dots$

(9) $2, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{5}, \frac{6}{7}, \frac{8}{7}, \text{}, \dots$

(10) $1, 2, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}, \text{}, \dots$

(11) $1, 2, 3, 4, 6, 9, 8, 12, 18, 27, \text{}, \dots$

3 上級

3. 次の数列の規則性を考えて、をうめよ.

(1) $1, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{24}, \frac{1}{120}, \frac{1}{720}, \text{}, \dots$

(2) $1, -\frac{1}{6}, \frac{1}{120}, -\frac{1}{5040}, \text{}, \dots$

(3) $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{24}, -\frac{1}{720}, \text{}, \dots$

4 おまけ

4. 次の数列の規則性を考えて、をうめよ.

(1) , $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K$

(2) $31, \text{}, 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31$

(3) $1, 2, 3, \text{}, 4, 4, 2, 2, 2, 2, \dots$

(4) $7, 8, 5, 5, \text{}, 4, 4, 6, 9, 7, 8, 8$

(5) $1, 41, 4, 21, \text{}, 56, \dots$

(6) $6, 2, 8, 2, 10, 18, \text{}, \dots$

(7) $20, 11, 3, \text{}$