

算数の勉強の仕方

数楽管理人 i

© 数学・算数を楽しむために (<http://www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html>)

1 算数に必要な力

算数に必要な力は4つあります。作業力、理解力、空間認知能力、そうぞう力です。中学受験ではこれらについて十分な訓練を積むことが重要です。これら4つの力は程度の差こそあれ、算数の勉強量に比例して身につくものです。それらを周囲の人間が把握し、鍛えるために適切な指導をする必要があります。

これら4つの力のうち「そうぞう力」を除いた3つの力が十分にあれば入試の算数で合格者平均点がとれます。加えて「そうぞう力」があれば、算数でいい点数がとれます。つまり、「そうぞう力」がなくても、そこそこの点数はとれますが、それ以外の3つの力がなければ平均点もとれません。ですから、先ず算数で点をとるために必要なことは、3つの力の訓練です。

では、「そうぞう力」はどうするのか。あえて、平仮名で書いたのは理由があります。私がここで言いたい「そうぞう力」には想像力と創造力の2つの意味があるからです。展開の先を読んだり、式や図形を頭の中にイメージする想像力と、新しい発想を生み出す創造力です。最初に他の3つの力を鍛えるための訓練が重要だと言ったのは、「そうぞう力」を軽視しているわけではなく、むしろ逆です。私が算数において一番重要視しているのは「そうぞう力」です。「そうぞう力」があると算数は楽しく簡単に解けます。論理の飛躍を導く創造性と、答えへの近道を模索する想像性は、算数の楽しさに通じます。計算問題を線分図で解いたり、図形を用いて文章題を解くような発想を授業で学んでも、実戦で使えるかどうかは別問題です。難関校の入試では、見た目はお婆さんだが中身は狼というような、外見と中身が異なる問題によって、子供の「そうぞう力」を計ろうとしてきます。しかし、「そうぞう力」を教えることはとても難しいものです。それだけを鍛えることは不可能といってもいいかもしれません。私自身それは教えるものではなく、子供がつかむものだと考えています。我々周囲の人間ができることはそのための環境作りでしょう。先にあげた他の3つの力を伸ばす訓練がその環境作りの1つです。それに加えて私が感じていることは、子供の「そうぞう力」は周囲の人間の「そうぞう力」に影響を受けるということです。子供が「そうぞう的」になるためには、我々が「そうぞう的」になる必要があると思います。

以下、4つの力について詳述します。

1.1 作業力

作業を正確に速くする能力です。計算力がその最たる例ですが、他にも「図を描く」「表で整理する」などあらゆるところで関わってきます。練習量に比例して着実に力がつきますから、なによりも重要なことは毎日の努力です。算数の土台に関わるもので、努力しただけ力がつくものであ

り、これがないと算数を楽しむことができません。逆に、これがあれば算数を楽しむことができます。ですから口を酸っぱくして「毎日計算しなさい」と生徒に私は繰り返します。

子供の性格によって、性質が変わる力でもあります。せっかちな子供は速いが不正確になりがちですし、几帳面な子供は正確ですが遅いということがよくあります。子供の性格を把握し、適切なサポートがしてあげることが必要です。

ですから、作業力をつけるためにはメリハリをつけた環境作りが必要になります。速さを鍛えたいときは9割くらいの作業しかできない時間設定でプレッシャーをかけます。(特に集団授業では周囲との比較して本人が速い遅いを自覚できます。)正確性を鍛えたいときは、時間を余分にとり、見直す時間を設けてじっくり作業させるべきでしょう。正確性に不安がある子供は、見直す癖を周囲が徹底的に教える必要があります。個々の問題においての見直しの仕方、例えば、計算における逆算、つるかめ算の2つの面積の和など確かめの仕方をしっかりと教えなければいけないと同時に、余った時間は見直しをすることを訓練しなければいけません。

作業力が究極的に高まれば、中学受験レベルの問題は図形問題を除けばほとんど解けるようになります。時間がかかっても地道にすればできる作業を、私はよく「ゴリゴリ」と表現しますが、算数ができるようになる子はこの「ゴリゴリ」を厭いません。なぜなら、解けないことが悔しいからです。私の経験で言えば、その問題の解説を私がしたときに、「ゴリゴリ」にチャレンジした子供(できなかった場合でも)はチャレンジしなかった子供の数倍の理解力を示します。チャレンジさせるための環境作りは他の力を鍛えるためにもとても重要です。

作業力の中でも、最も重要な計算力について、高学年の生徒に言っていることがあります。「式は横に書くな」ということです。すなわち縦に書くということですが、そうすることの利点はミスが減ることです。横に書くと目の動く距離が長くなり、式の変形でミスが増えます。縦に書くと変化が見やすく、どことどこが等しいかよくわかります。同じ意味あい「算数・数学のノートは半分にして使え」というものもあります。こうすると自然と式が横にいかないからです。

1.2 理解力

算数における理解力とは、問題の意味をつかむ力です。授業時には、先生の話を理解する力でもあります。その問題のテーマを洞察するレベルまで高めるのが理想ですが、小学生の段階では難しいでしょう。さらに言うと高校受験や大学受験よりも入試における必要性が高いと言えます。中学受験で国語力がある生徒が、算数でも有利な理由がこれです。特に女子の難関校で顕著な話といえます。

理解力のある子供は客観性と抽象化の能力に秀でていえます。客観も抽象も経験によって練られるものですから、この力も作業力と同様に、多くの問題にふれることが重要です。この力をつけただけであれば、作業する必要はあまりありません。子供に問題を読ませた後で、それがどんな問題で、どう解けばいいのかを口で説明させることです(もちろん聞くほうが問題のテーマをつかんでいる必要があります)。作業をさせた後に話を聞く方法もいいでしょう。例えば、復習のあとに「何が一番重要だったか」聞くことです。子供の理解力が足りないと感じたとき、短い時間で多くの問題のチェックをしたいときなどにお試しください。

1.3 空間認知能力

地図を回さなくても読める力、バスケットボールをゴールに入れるときに距離感や方向を知覚する力です。算数においては図形問題に関わる力です。特に立体図形において差が顕著です。先に挙げた2つの力と比べると鍛えることが難しい力でもあります。生来の素質はもちろん、幼少時期の訓練が効果的と言われています。しかし私の経験則から言いますと、中学生になってもまだこの力が伸びると考えています。大幅な伸びは期待できませんが、私の予想を超えて図形問題ができるようになる子供たちが過去に何人もいました。たとえ6年生であっても遅くはありませんし、技術的な解法を覚えることによって解ける問題は増えていきます。

先ず重要なことは図形を描くことです。その際、生徒達には定規やコンパスを使わないように指示しています。定規やコンパスは試験会場で使えないことが多いですし、定規なしで直線が引けること、コンパスがなくてもきれいな円がかけることは、図形問題を解く力そのものでもあります。なぜなら、描けないと想像できないからです。頭の中で想像し、あれでもないこれでもないと考えた上で、最も適切な、補助線や数字の書き入れを行うためには、経験と想像が必要になります。これはそれまでに描いた図形の量（個人差はありますが）で決まってくるのです。ですから、「今」描くのです。何回も図形を描くうちに頭の中で図形を動かすことが可能になります。将棋の達人は頭の中で駒を動かすことができますし、そろばんの達人はそろばんがなくても計算が早いというように、手を動かすことが頭を刺激し、ついには頭の中だけで考えることが可能になります。

図形に関する細かいテクニックは授業を通して教えます。ただ、家でもできる効果的な訓練方法が他にもあります。図形を回転したり、ひっくり返したりして、できなかった問題の類題を自分で作らせたり、またこちらから提示してあげるといったものです。正五角形などの正多角形を描かせることも効果的です。正多角形を綺麗に描くには対称性をつかんでいる必要があるからです。空間認知能力とは、対称性について考える力でもあります。かの万能の天才レオナルド・ダ・ヴィンチは自らの手記を鏡文字（鏡に移すと読める左右反転の字）で書いたそうですが、鏡文字や、180°回転した文字などを書く訓練も効果的です。

蛇足ですが、幼少時に空間認知能力を鍛えるのによいとされているものは、レゴや粘土を用いた工作です。説明書通りに作るだけでなく、そこから自由にいろいろなものを作る楽しさを知る子供は、この力が自然と身につくだけでなく「そうぞう力」を刺激することにもなります。近年子供の学力低下が叫ばれていますが、算数において最も低下していると私が感じているのはこの空間認知能力です。何か立体的なものを作る遊びを子供たちがしなくなっているのでしょう。小さいお子さんがいる保護者の方はご参考下さい。

1.4 そうぞう力

最初に言った通り、想像と創造の2つの意味を含んでいます。

想像力についての一例は上にあげましたが、手を動かすことが訓練の王道になります。先に言ったようなそろばんの熟達者や将棋の達人たちの例から、手を動かすことは脳を鍛えるの最適

な方法です。算数の得意不得意も手の動く量が1つの物差しになります。

例えば、水量や速さをグラフで考える問題や、濃度の問題では、変化がテーマになります。算数・数学ではどんな変化においても必ず変化しない量（不変量）があります。これを見抜くために想像力は不可欠です。図形問題で補助線を引くのも想像力の産物です。だいたいこれくらいかなという当て推量はまさに想像力そのものです。

算数力と想像力を相乗的に鍛えられるものですから、ノートに必要なものをしっかりと書いて勉強することが重要です。ノートに書いたものは、私の目に触れますから、生徒も適当には書けません。式がない、字が汚い、丸付けがされていない、直しが不十分だ、などいろいろと私は言いますから、生徒は常にそれらを意識するようになります。なぜそうしなければいけないか。今気付かなくてもいつか自分で考えて自分なりの結論を導くでしょう。それができたら、必ずしもその言いつけを守る必要がなくなります。想像できるようになれば、もう書く必要はないのです。そうやって、作業の速さを追求するようになることが、最後の仕上げになります。

では創造力とは何か。私が生徒たちに必ず守りなさいと常日頃うるさく言うこととして、先に「図を描くときに、定規やコンパスを使わない」という話をあげましたが、もう1つあります。「消しゴムを使わない」というものです。間違えた箇所には、自分で×を書き、その下に直しをさせます。これは「自分の失敗を隠さない」という道徳的な面があります。また、消しゴムで消す時間ももったいないということや、保護者や先生がどこを間違えたのか確認するといった実利的な面もあります。しかし、それらは一番の理由ではありません。

子供が書いたものは、子供が作ったものです。売れっ子の小説家や漫画家が、小さいころに初めて書いたものが傑作であることはほとんどありえない話です。しかし、その書いたものを周りに見せたり、後で自分で読むことによって、次につなげていき、現在売れっ子になったわけです。「失敗はいいことだ。ただし失敗をほったらかしにすることは悪いことだ。」と生徒によく言いますが、失敗というものと向き合って、もっといいものを作ることが、創造力の訓練につながると思います。また、失敗の中にある考え方が他に応用できることもあります。失敗も含めて、ノートに書かれたものは、子供の作品だと私は思っています。「間違ってもいいから書け」、「時間内に結論をだせ」と私はよく言います。無理やりでも何か書くことが重要だと思うからです。

こちらが間違いを指摘した瞬間に消しゴムを反射的に使う子供がいます。二重三重の意味で最悪です。「間違ったことをして、ごめんなさい」と顔に書いてあるのを見るたびに、私は言います。「悪いことはしてない。失敗はいいことだ。君がそこから何かを学ぶために、それを消してはいけません。」と。子供が失敗することは権利であり、義務であると思います。そういう環境作りをしたい。ですが、子供が失敗に慣れてしまい、ストレスが全くなってもダメです。過ぎたるは及ばざるが如し。

そもそも算数の答えとは、「ある」ものではなく、「つくる」ものであると私は考えています。「答えを見つける」という考え方が、数学の可能性を狭めることがあります。大学受験の入試問題まで含めて、答えがない、もしくは、解く事が不可能であることは、ほとんどありません。入試問題ですから解けて、答えがあるのが当然です。そういった入試問題の答えが絶対的な客観性をもっ

ていることは素晴らしいことですが、それが数学に対する誤解を生んでいるのも事実です。千人が解いてもそういった問題の答えは一つです。しかし、答えを導くイメージは幾通りもあるはずです。ここに「そうぞう性」と「客観性」が同居する数学の醍醐味があります。実際人類には、まだ解法が不明な数学の問題がたくさん残されています。問題も解答も人間が作るものです。入試問題（中学受験も含めて）では、非常に芸術的な問題を作る人が難関校にはいます。彼らは受験者の「そうぞう性」をみるための問題を作ってきます。「つくる」ということを意識させ、自分の失敗と向き合えるようになるために、「消しゴムを使わない」ということを守らせてみてください。

「つくる」ことはそのまま創造力へと繋がるわけですが、子供に考えさせることを、我々が常に意識しなければいけません。人間は慣れます。生物には周囲の環境に適応する力が遺伝子に組み込まれています。慣れることはもちろん必要なことですが、創造力を鍛えるという点からすると対極の行為とも言えます。創造は破壊から生まれるとは乱暴な意見ではありますが、この言については一理あります。慣れたら、それを壊す必要があると思います。

毎日子供と顔をあわせるごとに「勉強しなさい」、「宿題した？」と言っても、子供が勉強するようにはなるかという疑問です。むしろ逆効果で、その言葉を聞き流すことに慣れてしまうだけです。「今日はどんな勉強したの?」、「今日の授業はどんなことをしたの?」という聞き方のほうが、慣れで答えられないので子供にとっては刺激的です。技術的な話をしますと、こういったときは *YES*, *NO* で答えられる質問よりも *WHAT*, *HOW* を使った問いかけのほうが効果的と言われています。重要なことは考えさせることですから、*YES*, *NO* を全く使うなという話ではありません。*WHAT* や *HOW* である質問のほうが、子供がより色々なことを考える必要があるということです。「何をしたのか?」「どうやったのか?」そういう質問を心がけると、子供の理解力とそうぞう力を刺激すると思います。

そのためにも、親や先生が現況に慣れることは危険です。しかし、これはとても大変なことです。大人のほうが長く生きている分、保守的になりやすく、慣れることを求めます。子供の慣れを見抜き、そこに効果的な変化球を投じることは、私が常日頃留意していることの1つですが、面倒で怠けてしまうことがあります。また、何か気の利いたことを言おうとして、何も考えつかないなんてこともよくあります。慣れが生じないように自戒しているつもりですが、理想はまだまだ遠いとも思っています。

当たり前の話ですが、子供は十人十色で、最善の勉強の仕方は個々で異なります。「私は昔こうやって勉強したから、お前もこうしなさい」というのは、いい結果を生むことも多いでしょうが、絶対ではありません。固定観念は慣れを誘発しますから、柔軟に子供に対応するために、こちらでも常に考えなければいけません。子供の「そうぞう力」を刺激したければ、我々自身の「そうぞう力」も常日頃から研鑽する必要があるでしょう。

具体的な話をしましょう。子供がわからない問題を私に質問しにくることがよくありますが、その際注意していることがあります。アドバイスはなるべく一言ですませ、子供が作業している間、余計なことを言わずにただ待つということです。こちらの説明が1分を越えることはないよ

うにしています。理想は一言です。子供は視野が狭いですから、目の前のことで精一杯であることが多く、こちらが多くのことを言ってもたいていの場合その中の1つのことだけに注意が向きがちです。そのため、多くのことを伝えたいと思ったら段階を踏む必要があります。目の前の一段をどう登るかを考えさせたいので、私はたった一言しか言わないようにしています。そしてその一段を登れたら、次の一段について考えさせるために、また一言アドバイスするのです。その間こちらは一言と待機の繰り返しです。待つということは、実はとても大変なことです。子供の「そうぞう力」を刺激するのに必要なことです。

生徒がノートに何も書かずに質問を持ってきたら、私は怒ります。「何か書いてから持って来い」と返答し子供の作業を待ちます。問題文や図形を写しただけでも、私は怒ります。そこには「そうぞう性」が全くないからです。図形をただ写すだけでなく、長さや角度、等辺・等角・平行を表す記号などを書き入れること。計算で導いた数値も書き入れること。その子供が現状でできることはなるべく書かせるようにします（これだけで解答へたどりつく場合がよくあります）。子供が「何かつくること」を私は要求します。「何か」という言葉は非常に曖昧で具体性がありません。ですから、逆に子供の素の力を見ることができます。その「何か」を見て、その子が何を考えたかを知ることができます。そこには子供の第一観が表れていることが多く、入試本番で同種の難問に遭遇したときに最初に考えることかもしれないのです。

「何か」をつくってきた子供には、そこにある線や数の意味について考えさせます。文章題で線分図を書いてきたら、そこに書けた数値と、書けなかった数値について考えさせます。そうすることによって数値の意味を考え、次の「そうぞう」につなげます。図形問題であれば、とりあえずできなくてもいいから補助線を書くよう指示したり、「図形の基本は三角形」といったコメントで、彼らの「そうぞう性」を刺激します。ある程度答えの方向性が見えている子供は、線分図を書いたり、図形に補助線を加えて持ってきます。そこまでできている子供は「倍数変化算」とか「バツテン相似」などのたった一言のキーワードで答えを導けることがよくあります。それで足りなければ、ノートの図や式を指し示しながら、「ここはいくら?」、「これの単位は?」などの問いかけを繰り返すことによって、答えを「つくる」手助けをしてやります。

見当違いの図や式を書いてきてもすぐには否定しません。たいていの場合、そこから簡単に矛盾が生じますから、子供がその矛盾に気づくように様々な質問をします。ご家庭では間違いを親が指摘することも多いと思いますが、自分で気づくことができるようにならなければ実戦でも気づかないこととなります。「それはダメ」と言うのは、時間的な制約がなければなるべく避けたいところです。なぜなら、単なる否定は、創造の芽を摘むだけでなく、本人のやる気や修正能力をそぐ可能性を危惧するからです。

見当違いに本人が気づいたら、違う道の入り口を示唆してやります。「1本線の線分図をかいてごらん。」、「面積図はやってみた?」、「表のここを変えてみたら?」などです。そうやって徐々に答えに導いて行きます。こういったときに、私が解法を一からなぞって答えまでの道程を全て書いて見せることは授業以外ではほとんどありません。べつに子供に意地悪をしているわけではありません（子供はそう思っているみたいですが）。授業ではもちろんそういったことをしますが、質問時にそ

の解法を丁寧に教えてあげても、彼らに解く力がついたかどうかは別問題といってもいいでしょう。わかることとできることは違うのです。授業を休んだりして知らなかった場合は、テキストの例題、もしくは私が簡単な例題をその場で作り、その解法を見せます。知識不足で解けない問題の場合は仕方がないので、そうやって質問の問題に関するヒントを与えます。また、他の生徒も解けない可能性がある問題については、機会をみて全員に解法を見せることにしています。時間があれば例題という形で提示し、「では、この問題をやっごらん」と皆に質問の問題を解かせるようにしています。

2 まとめと約束事項

私の大学の先生が、好きな言葉に「知好楽」というものがありました。論語にある孔子の言葉です。簡単に言えば、いろいろなことを「知る」人よりも、勉強が「好き」な人の方が見込みがある。しかし、最上は勉強を「楽しむ」人だということです。

楽しむということは、好き嫌いを超越しています。楽しいことは自然とするからです。好き嫌いを考えているようでは、勉強時間は増えません。願わくば算数・数学を楽しむことを伝えられたらと思い、日々授業をしています。だから私は「勉強がつらいことだ」とか、「苦しくても勉強するんだ」というようなことは言いたくありません。ネガティブな感情はなるべく生徒には伝えたくないと思っています。また、ネガティブな感情が、算数における「そうぞう性」を阻害する可能性を考えているからです。

また、算数は最もスポーツに近い勉強科目だと思います。体調や精神状態で、「そうぞう力」は雲泥の差が生まれます。子供がわかったときの目というのは、とてもキラキラとしていて、好奇心を垣間見ることができる気がします。新しい知識や考え方を知る楽しさは、人間生来のものでしょう。その楽しさを子供と共有したいと思っています。

ご一読ありがとうございます。最後に私が生徒に守らせている約束事項と4つの力を刺激する格言をまとめておきます。

2.1 約束事項

1. 消しゴムを使わない.
2. 図形を描くときは, 定規やコンパスを使わない.
3. 式は横に書かない. 縦に書く. (5年生の7月くらいから)
4. 計算問題は, ノートを半分にしてからする. (5年生の7月くらいから)
5. 質問は, ノートに何か書いてから.
6. 図形は大きく描く.
7. 解けるなら, 時間がかかってもゴリゴリする.

(上に「5年生の7月くらいから」とありますが, これは授業カリキュラムのためです.

小学生が学ぶべき計算知識の学習が終わるころとお考えください.)

2.2 算数の格言

1. 失敗はいいことだからたくさんすること. 失敗を放っておくことが一番いけないこと.
2. 図をかけ. (手を動かすことが脳を刺激します.)
3. 逆を考えろ. (発想の転換は「そうぞう」の一手段です.)
4. まだ使っていない数字は? (算数・数学はたいていの場合全ての条件を使います.)
5. 図形の基本は三角形. (角度や相似の発見の手がかりです.)
6. 変わらない量は何? (どんな変化でも不変量があります.)
7. なければつくる. (補助線を描きましょう.)
8. だいたいを考えろ. そして確かめる. (*guess & check*)